

# 6

## B a b 6

# Gerak Rotasi dan Kestimbangan Benda Tegar



Sumber: [www.techtri.es.ch](http://www.techtri.es.ch)

Pada bab ini, Anda akan diajak untuk dapat menerapkan konsep dan prinsip mekanika klasik sistem kontinu dalam menyelesaikan masalah dengan cara memformulasikan hubungan antara konsep torsi, momentum sudut, dan momen inersia berdasarkan Hukum Kedua Newton, serta penerapannya dalam masalah benda tegar.

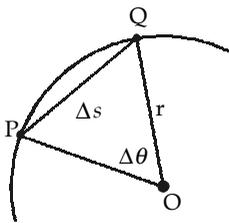
Dalam pertunjukan sirkus, seringkali terdapat peragaan kestimbangan seperti yang dapat Anda lihat pada gambar. Dalam peragaan tersebut beberapa orang pemain sirkus saling menumpukkan diri satu sama lain, namun pemain yang dijadikan tumpuan tetap dapat menjaga agar setiap pemain dapat berdiri dan melakukan atraksinya. Bagaimanakah cara pemain sirkus tersebut melakukan peragaan kestimbangan dan tidak terjatuh? Mengapa pemain sirkus pada gambar dapat berdiri di atas papan beroda silinder dan tidak tergelincir?

Prinsip Fisika yang mendasari peragaan para pemain sirkus tersebut akan dibahas dalam bab ini, yaitu mengenai kinematika dan dinamika gerak rotasi serta kestimbangan benda tegar.

- A. Kinematika Rotasi**
- B. Momen Gaya dan Momen Inersia**
- C. Dinamika Rotasi**
- D. Kestimbangan Benda Tegar**

## Soal Pramateri

1. Jelaskanlah apa yang dimaksud dengan momen?
2. Sebuah kincir berdiameter 10 meter akan terlihat berputar lebih lambat daripada kincir berdiameter 2 meter. Menurut Anda, bagaimanakah hal tersebut terjadi?
3. Menurut Anda, apakah pengertian benda setimbang itu? Berikanlah contoh benda-benda yang berada dalam keadaan setimbang.



**Gambar 6.1**

Sebuah partikel yang berpindah dari titik P ke titik Q dalam lintasan lingkaran.

## A Kinematika Rotasi

Dalam kehidupan sehari-hari, Anda banyak menjumpai contoh gerak rotasi. Bumi berotasi pada sumbunya untuk bergerak mengelilingi Matahari dalam orbit yang bentuknya elips. Demikian juga Bulan yang berotasi pada sumbunya untuk bergerak mengelilingi Bumi.

Mobil yang bergerak mengelilingi suatu sudut juga bergerak dalam busur melingkar. Kajian tentang gerak melingkar telah Anda pelajari di Bab 1. Dalam subbab ini, akan dibahas gerak benda yang berotasi pada sumbunya yang ditinjau secara umum menggunakan fungsi turunan dan integral.

### 1. Posisi Sudut dan Perpindahan Sudut

Di Kelas X, Anda telah mempelajari bahwa posisi sudut suatu partikel yang bergerak melingkar dinyatakan sebagai  $\theta$  dengan satuannya dalam radian atau derajat. Apabila partikel tersebut berpindah, perpindahannya disebut perpindahan sudut.

Perhatikanlah **Gambar 6.1** berikut. Gambar tersebut menunjukkan sebuah partikel yang bergerak dalam lintasan berbentuk lingkaran berjari-jari  $R$ . Partikel tersebut berpindah dari titik P ke titik Q dengan jarak perpindahan linear  $\Delta s = s_Q - s_P$  dan perpindahan sudut  $\Delta \theta = \theta_Q - \theta_P$ . Oleh karena itu, dapat dinyatakan hubungan sebagai berikut.

$$\Delta \theta = \frac{\Delta s}{r} \quad (6-1)$$

dengan:  $\Delta \theta$  = perpindahan sudut (rad),

$\Delta s$  = perpindahan linear (m), dan

$r$  = jari-jari lingkaran (m).

### 2. Kecepatan Sudut

Berdasarkan definisi kecepatan, kecepatan sudut adalah perubahan posisi sudut partikel per satuan waktu. Kecepatan sudut juga terbagi atas dua, yaitu kecepatan sudut rata-rata dan kecepatan sudut sesaat. Analisa kedua jenis kecepatan tersebut ditinjau dari perhitungan integral dan turunan akan dibahas pada bagian berikut.

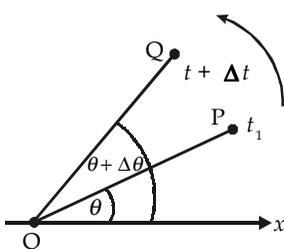
#### a. Kecepatan Sudut Rata-Rata

Perpindahan sudut yang dilakukan oleh partikel yang bergerak melingkar merupakan fungsi waktu. Dengan demikian, dapat dituliskan  $\theta = \theta(t)$ . Perhatikanlah **Gambar 6.2**. Posisi sudut benda di titik P pada saat  $t$  dinyatakan sebagai  $\theta$ . Kemudian, partikel tersebut berpindah selama selang waktu  $\Delta t$  sejauh  $\Delta \theta$  sehingga pada saat  $t + \Delta t$ , partikel berada di titik Q dengan posisi sudut  $\theta + \Delta \theta$ . Perpindahan sudut partikel tersebut adalah

$$\Delta \theta = (\theta + \Delta \theta) - \theta$$

Dengan demikian, kecepatan sudut partikel dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\bar{\omega} = \frac{(\theta + \Delta \theta) - \theta}{(t + \Delta t) - t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (6-2)$$



**Gambar 6.2**

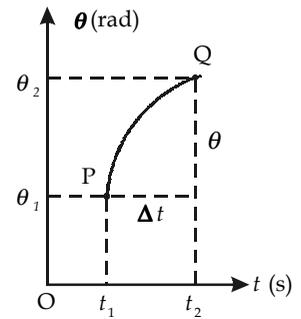
Perpindahan sudut sebesar  $\Delta \theta$  selama selang waktu  $\Delta t$

Oleh karena  $\theta$  bersatuan derajat, radian, atau putaran,  $\bar{\omega}$  pun dapat bersatuan derajat/sekon, radian/sekon, atau putaran per sekon.

Apabila perpindahan sudut partikel tersebut dibuat grafik hubungan antara posisi sudut ( $\theta$ ) terhadap waktu ( $t$ ), seperti **Gambar 6.3**, Anda dapat melihat bahwa kecepatan sudut rata-rata dinyatakan sebagai perubahan posisi selama selang waktu tertentu.



Sumber: Fisika untuk Sains dan Teknik, 1991



**Gambar 6.3**

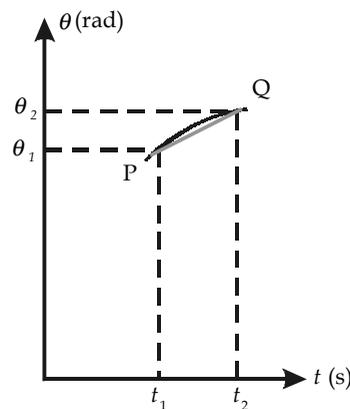
Perpindahan sudut sebesar  $\Delta\theta$  selama selang waktu  $\Delta t$  pada partikel yang bergerak melingkar.

**Gambar 6.4**

Motor kecil ini memiliki diameter berorde milimeter. Motor ini dapat memiliki kelajuan sudut lebih dari 120.000 putaran/menit. Tepi uang logam menjadi latar belakang gambar motor listrik.

## b. Kecepatan Sudut Sesaat

Perhatikanlah grafik posisi sudut terhadap waktu pada **Gambar 6.5**.



Apabila selang waktu perpindahan partikel yang bergerak melingkar menuju nol, kemiringan garis yang menyatakan kecepatan sudut rata-rata partikel akan semakin curam. Dengan demikian, kecepatan sudut sesaat dapat didefinisikan sebagai.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (6-3)$$

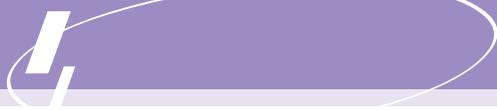
atau

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (6-4)$$

**Gambar 6.5**

Grafik posisi sudut,  $\theta$ , terhadap waktu,  $t$ , kecepatan sudut rata-

$$\text{rata, } \bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$



dengan kalimat lain dapat dinyatakan bahwa  $\omega$  merupakan turunan pertama dari fungsi posisi sudut terhadap waktu. Satuan kecepatan sudut sesaat dinyatakan dalam radian/sekon.

### Contoh 6.1

Posisi sudut suatu titik pada roda dinyatakan oleh  $\theta = (3t^2 - 8t + 10)$  rad dengan  $t$  dalam sekon. Tentukanlah:

- posisi sudut titik tersebut pada saat  $t = 2$  sekon,
- kecepatan sudut rata-rata selama 10 sekon pertama, dan
- kecepatan sudut titik pada saat  $t = 10$  sekon.

#### Jawab

Diketahui:  $\theta = (3t^2 - 8t + 10)$  rad.

- Posisi sudut titik pada saat  $t = 2$  sekon adalah  

$$\theta = 3t^2 - 8t + 10 = 3(2)^2 - 8(2) + 10 = 6 \text{ rad.}$$
- Tentukan lebih dahulu posisi sudut titik pada saat  $t = 0$  dan  $t = 10$  s.  

$$t = 10 \text{ s} \rightarrow \theta = 3(10)^2 - 8(10) + 10 = 230 \text{ rad}$$

$$t = 0 \rightarrow \theta = 3(0)^2 - 8(0) + 10 = 10 \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = 230 - 10 = 220 \text{ rad.}$$

Untuk selang waktu  $\Delta t = 10$  sekon, kecepatan sudut rata-rata adalah

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{220}{10} = 22 \text{ rad/s.}$$

- Kecepatan sudut sesaat sebagai fungsi waktu ditentukan sebagai berikut.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt} (3t^2 - 8t + 10) = 6t - 8.$$

Kecepatan sudut sesaat titik pada  $t = 10$  s adalah  $\omega = 6t - 8 = 6(10) - 8 = 52 \text{ m/s.}$

## Jelajah Fisika



Sumber: www.pelicanparts.com

Fly heel atau roda gila adalah sebuah roda berdiameter besar yang biasanya digunakan pada mesin mobil untuk menstabilkan gerak mesin melalui gerak rotasi yang dilakukan oleh roda gila tersebut.

### 3. Menentukan Posisi Sudut dari Fungsi Kecepatan Sudut

Fungsi posisi sudut dapat ditentukan dengan cara mengintegalkan persamaan sudut sebagai fungsi waktu. Cara ini sama dengan cara menentukan posisi suatu benda dari pengintegralan fungsi kecepatan benda yang telah dibahas pada subbab A. Dari **Persamaan (6-4)** Anda telah mengetahui bahwa

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow d\theta = \omega(t) dt$$

Apabila persamaan tersebut diintegalkan, akan dapat dituliskan persamaan integral sebagai berikut

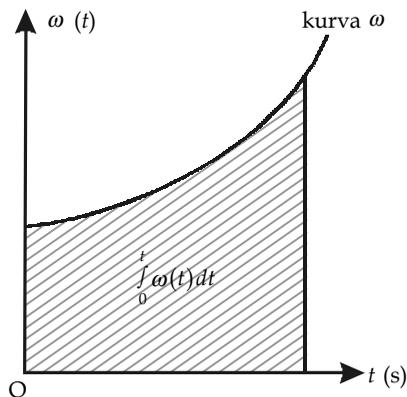
$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega(t) dt$$

$$\theta - \theta_0 = \int_0^t \omega(t) dt$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega(t) dt} \quad (6-5)$$

dengan  $\theta_0 =$  posisi sudut awal (rad atau derajat).

Perhatikanlah grafik pada **Gambar 6.6**. Oleh karena integral adalah penjumlahan yang kontinu, nilai  $\int_0^t \omega(t) dt$  sama dengan luas daerah di bawah kurva grafik  $\omega$  terhadap  $t$ .



**Gambar 6.6**

Posisi sudut partikel sama dengan daerah di bawah kurva.

#### 4. Percepatan Sudut

Analogi dengan percepatan pada gerak linear, definisi percepatan sudut pada gerak melingkar adalah perubahan kecepatan sudut per satuan waktu. Pembahasan mengenai percepatan sudut juga terbagi atas dua, yaitu percepatan sudut rata-rata dan percepatan sudut sesaat.

##### a. Percepatan Sudut Rata-Rata

Kecepatan sudut pada saat  $t$  adalah sebesar  $\omega$  dan pada saat  $t + \Delta t$  adalah sebesar  $\omega + \Delta\omega$ . Percepatan sudut rata-rata partikel tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$\alpha = \frac{(\omega + \Delta\omega) - \omega}{(t + \Delta t) - t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (6-6)$$

atau

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (6-7)$$

dengan satuan percepatan sudut  $\alpha$  adalah dalam  $\text{rad/s}^2$ .

##### b. Percepatan Sudut Sesaat

Percepatan sudut sesaat didefinisikan sebagai limit percepatan sudut rata-rata untuk selang waktu yang sangat kecil atau  $\Delta t$  menuju nol. Secara matematis, persamaannya dituliskan sebagai berikut.

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (6-8)$$

#### Contoh 6.2

Sebuah roda berotasi pada suatu poros tertentu. Titik partikel pada roda tersebut memenuhi persamaan kecepatan sudut  $\omega = 2t^2 - 3t + 8$ , dengan  $\omega$  dalam  $\text{rad/s}$  dan  $t$  dalam sekon. Tentukanlah:

- percepatan sudut rata-rata partikel untuk selang waktu  $t = 2$  sekon sampai  $t = 6$  sekon,
- percepatan sudut awal partikel, dan
- percepatan sudut partikel pada saat  $t = 6$  sekon.

### Jelajah Fisika

#### Rotor Helikopter



Sumber: home.c i.net

Kecepatan sudut rotor helikopter (baling-baling yang terdapat di bagian ekor helikopter) dapat diubah dengan cara memberinya percepatan sudut melalui sebuah kontrol yang terdapat di cockpit.



## Jelajah Fisika

### Roda Gerinda



Sumber: www.hr hardware.com

Roda gerinda digunakan dalam industri untuk mengasah alat-alat berat. Roda gerinda ini mengandung material pengasah dan berotasi pada porosnya sehingga dapat mengasah permukaan alat-alat berat tersebut.

### Jawab

Diketahui:  $\omega = 2t^2 - 3t + 8$ .

- a. Persamaan umum kecepatan sudut adalah  $\omega = 2t^2 - 3t + 8$  sehingga untuk  $t_2 = 6$  sekon,  $\omega_2 = 2(6)^2 - 3(6) + 8 = 62$  rad/s, dan untuk  $t_1 = 2$  sekon,  $\omega_1 = 2(2)^2 - 3(2) + 8 = -6$  rad/s. Percepatan sudut rata-ratanya, diperoleh

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{(62 \text{ rad/s}) - (-6 \text{ rad/s})}{(6 \text{ s} - 2 \text{ s})} = 17 \text{ rad/s}^2.$$

- b. Percepatan sudut sebagai fungsi waktu diperoleh dengan menerapkan persamaan berikut.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} (2t^2 - 3t + 8) = 4t - 3$$

Percepatan sudut awal partikel (pada  $t = 0$ ) adalah  $\alpha = -3$  rad/s<sup>2</sup>.

- c. Percepatan sudut partikel pada saat  $t = 6$  sekon adalah  $\alpha = 4(6) - 3 = 21$  rad/s<sup>2</sup>.

## 5. Menentukan Kecepatan Sudut dari Fungsi Percepatan Sudut

Berdasarkan **Persamaan (6-7)**, Anda telah mengetahui bahwa percepatan sudut adalah turunan pertama dari fungsi kecepatan sudut. Oleh karena itu, apabila persamaan percepatan sudut sebagai fungsi waktu suatu partikel diintegrasikan, akan diperoleh persamaan kecepatan sudutnya.

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow d\omega = \alpha(t) dt$$

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \alpha(t) dt$$

$$\omega - \omega_0 = \int_0^t \alpha(t) dt$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha(t) dt} \quad (6-9)$$

dengan  $\omega_0$  = kecepatan sudut awal (rad/s)

### Contoh 6.3

Sebuah piringan hitam berputar dengan percepatan sudut  $\alpha = (10 - 4t)$  rad/s<sup>2</sup> dengan  $t$  dalam sekon. Pada saat  $t = 0$ , sebuah titik berada pada sudut  $\theta_0 = 0^\circ$  dengan kecepatan sudut awal  $\omega_0 = 4$  rad/s. Tentukan:

- persamaan kecepatan sudut, dan
- posisi sudut sebagai fungsi waktu.

### Jawab

Diketahui:  $\alpha = (10 - 4t)$  rad/s<sup>2</sup>,  $\theta_0 = 0^\circ$ , dan  $\omega_0 = 4$  rad/s.

- a. Gunakan persamaan kecepatan sudut.

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt = 4 + \int_0^t (10 - 4t) dt = 4 + 10t - \frac{4}{2}t^2$$

$$\omega = (4 + 10t - 2t^2) \text{ rad/s.}$$

- b. Posisi sudut dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt = 0 + \int_0^t (4 + 10t - 2t^2) dt = 4t + \frac{10}{2}t^2 - \frac{2}{3}t^3$$

$$\theta = (4t + 5t^2 - \frac{2}{3}t^3) \text{ rad.}$$

## 6. Gerak Melingkar Beraturan dan Gerak Melingkar Berubah Beraturan

Pada gerak melingkar beraturan, kecepatan sudut partikel tetap atau tidak bergantung pada waktu. Oleh karena itu, dari **Persamaan (6-4)** didapatkan persamaan gerak melingkar beraturan sebagai berikut.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow d\theta = \omega dt.$$

Apabila setiap ruas diintegrasikan, dapat dituliskan

$$\int_0^{\theta_t} d\theta = \int_0^t \omega dt \rightarrow \int_0^{\theta_t} d\theta = \omega \int_0^t dt$$

$$\theta_t - \theta_0 = \omega t$$

$$\boxed{\theta_t = \theta_0 + \omega t} \quad (6-10)$$

dengan  $\theta_0$  = posisi sudut saat  $t = 0$  sekon (rad).

Pada gerak melingkar berubah beraturan, kecepatan sudut partikel berubah terhadap waktu ( $\omega$  merupakan fungsi waktu) dan partikel bergerak melingkar dengan percepatan sudut,  $\alpha$ , konstan. Oleh karena itu, dari **Persamaan (6-7)** didapatkan persamaan gerak melingkar berubah beraturan sebagai berikut.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow d\omega = \alpha dt$$

Apabila ruas kanan dan ruas kiri persamaan diintegrasikan, didapatkan

$$\int_{\omega_0}^{\omega_t} d\omega = \int_0^t \alpha dt \rightarrow \int_{\omega_0}^{\omega_t} d\omega = \alpha \int_0^t dt$$

$$\omega_t - \omega_0 = \alpha t$$

$$\boxed{\omega_t = \omega_0 + \alpha t} \quad (6-11)$$

dengan  $\omega_0$  = kecepatan sudut awal (rad/s)

Apabila **Persamaan (6-4)** diintegrasikan, akan diperoleh posisi sudut partikel sebagai berikut.

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow d\theta = \omega(t) dt$$

Oleh karena  $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$  maka pengintegralan persamaannya menjadi

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega(t) dt + \int_0^t (\omega_0 + \alpha t) dt$$

$$\theta - \theta_0 = \int_0^t \omega_0 dt + \int_0^t \alpha t dt = \omega_0 \int_0^t dt + \alpha \int_0^t t dt$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2} \quad (6-12)$$

Jika  $\theta_0 = 0$ , akan diperoleh persamaan

$$\boxed{\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2} \quad (6-13)$$

**Jangan Lupa**

$$\begin{aligned} 1 \text{ putaran} &= 360^\circ = 2\pi \text{ rad} \\ 1 \text{ rad} &= \frac{180}{\pi} \text{ derajad} = 57,3^\circ \\ 1 \text{ rpm} &= 1 \text{ rotasi per menit} \\ &= 1 \times \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s} \end{aligned}$$



Dari **Persamaan (6-11)** juga dapat diketahui bahwa

$$t = \frac{\omega_t - \omega_0}{\alpha} \quad (6-14)$$

Oleh karena itu jika **Persamaan (6-14)** disubstitusikan ke **Persamaan (6-13)** akan diperoleh

$$\theta = \omega_0 \left( \frac{\omega_t - \omega_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{\omega_t - \omega_0}{\alpha} \right)^2$$

$$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha s \quad (6-15)$$

## 7. Analogi Gerak Translasi dan Gerak Rotasi

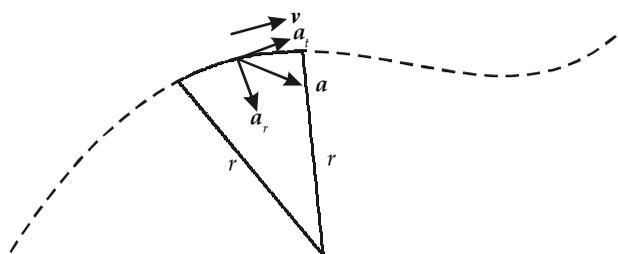
Gerak rotasi dan gerak translasi (persamaan gerak) memiliki banyak persamaan. Besaran gerak translasi memiliki hubungan dengan gerak rotasi. Hubungan tersebut menghasilkan bentuk rumus gerak rotasi yang bisa dianalogikan dengan gerak translasi, seperti terlihat pada **Tabel 6.1** berikut.

**Tabel 6.1** Tabel Analogi Gerak Translasi dan Gerak Rotasi

Gerak Translasi		Gerak Rotasi		Hubungannya
Perpindahan/kedudukan	$s/r$	Perpindahan sudut ( $\theta$ )	$\theta$	$s = \theta r$
Kecepatan linear rata-rata	$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	Kecepatan sudut rata-rata ( $\bar{\omega}$ )	$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$	$\bar{v} = \bar{\omega} r$
Kecepatan linear sesaat	$v = \frac{ds}{dt}$	Kecepatan sudut sesaat ( $\omega$ )	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	$v = \omega r$
Menentukan posisi dari fungsi kecepatan linear	$r = r_0 + \int v dt$	Menentukan posisi sudut dari fungsi kecepatan sudut	$\theta = \theta_0 + \int \omega dt$	
Percepatan linear rata-rata	$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Percepatan sudut rata-rata ( $\alpha$ )	$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$	$\bar{a} = \bar{\alpha} r$
Percepatan linear sesaat	$a = \frac{dv}{dt}$	Percepatan linear sesaat	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	$a = \alpha r$
Menentukan kecepatan dari fungsi percepatan	$v = v_0 + \int a dt$	Menentukan kecepatan dari fungsi percepatan	$\omega = \omega_0 + \int \alpha dt$	
Gerak lurus berubah beraturan (GLBB)	$v = v_0 + at$ $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ $v^2 = v_0^2 + 2as$	Gerak melingkar berubah beraturan (GMBB)	$\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha \theta$	

## 8. Percepatan Linear dan Percepatan Sudut

Perhatikan **Gambar 6.7** berikut.



**Gambar 6.7**

Percepatan linear dan percepatan sudut.

Titik P mengalami percepatan linear ( $a$ ) yang terdiri atas percepatan tangensial ( $a_t$ ) dan percepatan sentripetal ( $a_s$ ), serta percepatan sudut ( $\alpha$ ). Percepatan tangensial adalah komponen percepatan menurut arah garis singgung.

Percepatan sentripetal terjadi akibat perubahan arah vektor kecepatan dan arah percepatan sentripetal yang arahnya tegak lurus vektor kecepatan (menuju pusat lingkaran). Hubungan antara besaran-besaran tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} a_t &= \alpha r \\ a_s &= \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \\ a &= \sqrt{a_t^2 + a_s^2} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} \end{aligned} \quad (6-17)$$

### Contoh 6.4

Piringan hitam bergerak melingkar dengan kecepatan sudut 32 rad/s. Kemudian, kecepatannya berkurang menjadi 2 rad/s setelah 10 detik.

- Berapakah percepatan sudut meja jika dianggap konstan?
- Jika radius meja putar adalah 10 cm, berapakah besar percepatan tangensial dan percepatan sentripetal sebuah titik di tepi piringan pada saat  $t = 10$ ?
- Berapakah percepatan totalnya?

#### Jawab

Diketahui:  $\omega_0 = 32$  rad/s,  $\omega_t = 2$  rad/s,  $r = 10$  cm, dan  $t = 10$  s.

- Kecepatan sudut awal diperoleh dari persamaan  $\omega = \omega_0 + \alpha t$ .  
 $2 \text{ rad/s} = 32 \text{ rad/s} + \alpha(10 \text{ s})$  atau  $\alpha = -3 \text{ rad/s}^2$   
 Tanda negatif menunjukkan bahwa putaran piringan hitam diperlambat.
- Percepatan tangensial  $a_t$  sebuah titik yang terletak pada jarak  $r = 10$  cm dari pusat rotasi adalah  
 $a_t = \alpha r = (-3 \text{ rad/s}^2)(10 \text{ cm}) = -30 \text{ cm/s}^2$  (diperlambat)  
 Percepatan sentripetal dihitung sebagai berikut  
 $a_s = \omega^2 r = (2 \text{ rad/s})^2(10 \text{ cm}) = 40 \text{ cm/s}^2$
- Percepatan total benda adalah.

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_s^2} = \sqrt{(2,42 \text{ cm/s}^2)^2 + (168 \text{ cm/s}^2)^2} = 50 \text{ cm/s}^2.$$

### Kata Kunci

- Posisi sudut
- Kecepatan sudut
- Percepatan sudut
- Gerak melingkar beraturan
- Gerak melingkar berubah beraturan

## Soal Penguasaan Materi 6.1

Kerjakanlah di dalam buku latihan Anda.

- Posisi sudut suatu titik pada roda dinyatakan oleh persamaan  $\theta = (2t^3 - 3t^2 + 6)$  rad dengan  $t$  dalam detik. Tentukanlah:
  - posisi sudut titik tersebut pada saat  $t = 2$  detik;
  - kecepatan sudut rata-rata selama 4 detik pertama;
  - kecepatan sudut titik pada saat  $t = 4$  detik;
  - percepatan sudut pada saat  $t = 2$  detik.
- Sebuah roda berotasi. Sebuah titik pada roda tersebut memenuhi persamaan kecepatan sudut  $\omega = 2t + 4$ , dengan satuan  $\omega$  dalam rad/s dan  $t$  dalam detik. Tentukanlah:
  - percepatan sudut partikel;
  - kecepatan sudut awal partikel;
  - perpindahan sudut partikel antara  $t = 0$  sampai  $t = 4$  detik.
- Sebuah benda yang massanya 2 kg meluncur di jalan lingkaran vertikal licin dan berjari-jari  $r = 2$  m. Jika laju benda di titik A yang terletak di jari-jari lingkaran adalah  $2\sqrt{5}$  m/s dan  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , tentukan:
  - percepatan sentripetal benda;
  - percepatan sudut benda;
  - percepatan total benda.
- Dari keadaan diam, benda tegar melakukan gerak melingkar dengan percepatan sudut  $5 \text{ rad/s}^2$ . Titik P berada pada benda tersebut dan berjarak 20 cm dari sumbu putar. Tepat setelah benda bergerak selama 0,69 detik, tentukan:
  - percepatan tangensial yang dialami titik P;
  - percepatan sentripetal yang dialami titik P;
  - percepatan total titik P.



## B Momen Gaya dan Momen Inersia

Pada pelajaran sebelumnya, Anda telah mempelajari tentang gaya sebagai penyebab terjadinya gerak linear dan percepatan linear. Dalam bab ini, Anda akan mempelajari tentang dinamika gerak rotasi dan penyebabnya, yaitu momen gaya yang menyebabkan timbulnya kecepatan sudut.

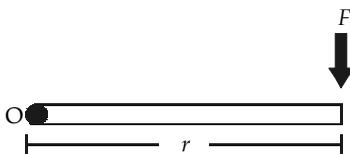
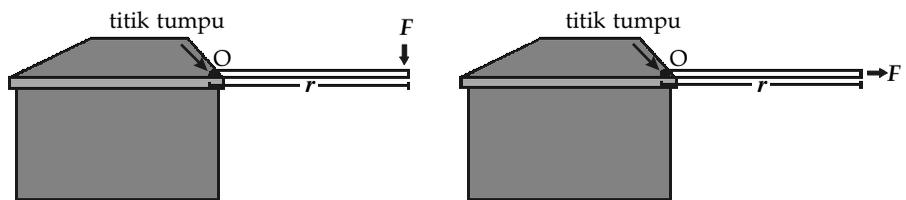
### 1. Momen Gaya

Momen gaya (torsi) adalah sebuah besaran yang menyatakan besarnya gaya yang bekerja pada sebuah benda sehingga mengakibatkan benda tersebut berotasi. Anda telah mengetahui bahwa gaya akan menyebabkan terjadinya perubahan gerak benda secara linear. Apabila Anda ingin membuat sebuah benda berotasi, Anda harus memberikan momen gaya pada benda tersebut. Apakah momen gaya itu? Agar Anda dapat memahami konsep momen gaya, lakukanlah kegiatan **Kerjakanlah 6.1** berikut.

#### Kerjakanlah 6.1

##### Memahami Prinsip Momen Gaya

Ambillah satu penggaris. Kemudian, tumpukan salah satu ujungnya pada tepi meja. Doronglah penggaris tersebut ke arah atas atau bawah meja. Bagaimanakah gerak penggaris? Selanjutnya, tariklah penggaris tersebut sejajar dengan arah panjang penggaris. Apakah yang terjadi? Bandingkan kedua kejadian tersebut. Kesimpulan apakah yang Anda dapatkan? Diskusikanlah dengan teman Anda.



**Gambar 6.8**

Sebuah batang dikenai gaya sebesar yang tegak lurus terhadap batang dan berjarak sejauh  $r$  terhadap titik tumpu  $O$ . Batang tersebut memiliki momen gaya  $\tau = r \times F$ .

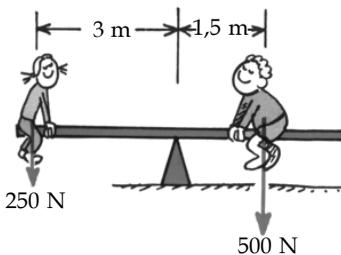
Saat Anda memberikan gaya  $F$  yang arahnya tegak lurus terhadap penggaris, penggaris itu cenderung untuk bergerak memutar. Namun, saat Anda memberikan gaya  $F$  yang arahnya sejajar dengan panjang penggaris, penggaris tidak bergerak. Hal yang sama berlaku saat Anda membuka pintu. Gaya yang Anda berikan pada pegangan pintu, tegak lurus terhadap daun pintu sehingga pintu dapat bergerak membuka dengan cara berputar pada engselnya. Gaya yang menyebabkan benda dapat berputar menurut sumbu putarnya inilah yang dinamakan momen gaya. Definisi momen gaya secara matematis dituliskan sebagai berikut.

$$\tau = r \times F \quad (6-18)$$

dengan:  $r$  = lengan gaya = jarak sumbu rotasi ke titik tangkap gaya (m),  
 $F$  = gaya yang bekerja pada benda (N), dan  
 $\tau$  = momen gaya (Nm).

Perhatikan **Gambar 6.9**. Pada gambar tersebut tampak dua orang anak sedang bermain jungkat-jungkit dan berada dalam keadaan setimbang, walaupun berat kedua anak tidak sama. Mengapa demikian? Hal ini berhubungan dengan lengan gaya yang digunakan. Anak yang lebih ringan berjarak 3 m dari titik tumpu ( $r_1 = 3$  m), sedangkan anak yang lebih berat memiliki lengan gaya yang lebih pendek, yaitu  $r_2 = 1,5$  m. Momen gaya yang dihasilkan oleh masing-masing anak adalah

$$\begin{aligned} \tau_1 &= r_1 \times F_1 & \tau_2 &= r_2 \times F_2 \\ &= (3 \text{ m})(250 \text{ N}) & &= (1,5 \text{ m})(500 \text{ N}) \\ &= 750 \text{ Nm} & &= 750 \text{ Nm} \end{aligned}$$



Sumber: conceptual physics, 1998

**Gambar 6.9**

Jungkat-jungkit setimbang karena momen gaya pada kedua lengannya sama besar.

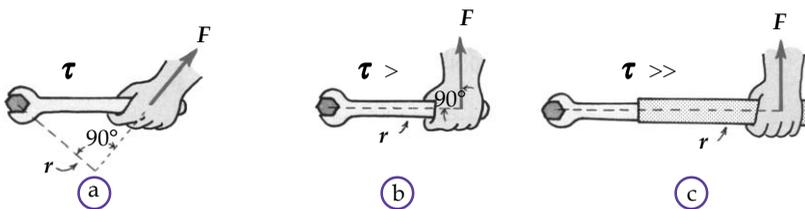
Dapat disimpulkan bahwa kedudukan setimbang kedua anak adalah akibat momen gaya pada kedua lengan sama besar.

Perhatikan **Gambar 6.10** Apabila gaya  $F$  yang bekerja pada benda membentuk sudut tertentu dengan lengan gayanya ( $r$ ), **Persamaan (6-18)** akan berubah menjadi

$$\tau = rF \sin \theta \quad (6-19)$$

Dari **Persamaan (6-19)** tersebut, Anda dapat menyimpulkan bahwa gaya yang menyebabkan timbulnya momen gaya pada benda harus membentuk sudut  $\theta$  terhadap lengan gayanya. Momen gaya terbesar diperoleh saat  $\theta = 90^\circ$  ( $\sin \theta = 1$ ), yaitu saat gaya dan lengan gaya saling tegak lurus.

Anda juga dapat menyatakan bahwa jika gaya searah dengan arah lengan gaya, tidak ada momen gaya yang ditimbulkan (benda tidak akan berotasi). Perhatikanlah **Gambar 6.11a** dan **6.11b**.



Sumber: conceptual physics, 1998

Arah gaya terhadap lengan gaya menentukan besarnya momen gaya yang ditimbulkan. Momen gaya yang dihasilkan oleh gaya sebesar  $F$  pada **Gambar 6.11b** lebih besar daripada momen gaya yang dihasilkan oleh gaya  $F$  yang sama pada **Gambar 6.11a**. Hal tersebut disebabkan sudut antara arah gaya terhadap lengan gayanya. Momen gaya yang dihasilkan juga akan semakin besar jika lengan gaya semakin panjang, seperti terlihat pada **Gambar 6.11c**. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa besar gaya  $F$  yang sama akan menghasilkan momen gaya yang lebih besar jika lengan gaya semakin besar. Prinsip ini dimanfaatkan oleh tukang pipa untuk membuka sambungan antarpipa.

Sebagai besaran vektor, momen gaya  $\tau$  memiliki besar dan arah. Perjanjian tanda untuk arah momen gaya adalah sebagai berikut.

- Momen gaya,  $\tau$ , diberi tanda positif jika cenderung memutar benda searah putaran jarum jam, atau arahnya mendekati pembaca.
- Momen gaya,  $\tau$ , diberi tanda negatif jika cenderung memutar benda berlawanan arah putaran jarum jam, atau arahnya menjauhi pembaca.

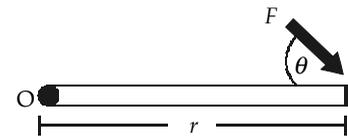
Perjanjian tanda untuk arah momen gaya ini dapat dijelaskan dengan aturan tangan kanan, seperti yang ditunjukkan pada **Gambar 6.12**. Arah jari-jari merupakan arah lengan gaya, dan putaran jari merupakan arah gaya (searah putaran jarum jam atau berlawanan arah). Arah yang ditunjukkan oleh ibu jari Anda merupakan arah momen gaya (mendekati atau menjauhi pembaca).

Perhatikan **Gambar 6.13**. Jika pada benda bekerja beberapa gaya, momen gaya total benda tersebut adalah sebagai berikut. Besar  $\tau$  yang ditimbulkan oleh  $F_1$  dan  $F_2$  terhadap titik  $O$  adalah  $\tau_1$  dan  $\tau_2$ .  $\tau_1$  bernilai negatif karena arah rotasi yang ditimbulkannya berlawanan arah putaran jarum jam. Sedangkan,  $\tau_2$  bernilai positif karena arah rotasi yang ditimbulkannya searah putaran jarum jam. Resultan momen gaya benda itu terhadap titik  $O$  dinyatakan sebagai jumlah vektor dari setiap momen gaya. Secara matematis dituliskan

$$\tau_{\text{total}} = \Sigma (r \times F)$$

atau

$$\tau_{\text{total}} = \tau_1 + \tau_2 \quad (6-20)$$

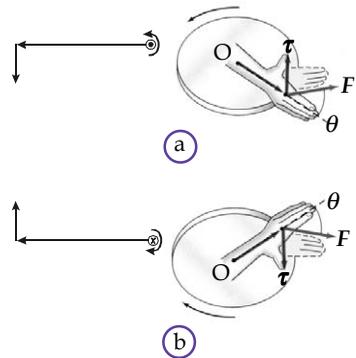


**Gambar 6.10**

Momen gaya yang ditimbulkan oleh gaya yang membentuk sudut  $\theta$  terhadap benda (lengan gaya =  $r$ ).

**Gambar 6.11**

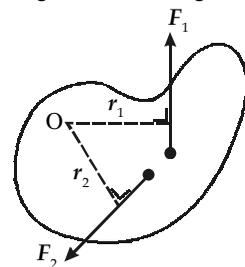
Semakin panjang lengan gaya, momen gaya yang dihasilkan oleh gaya akan semakin besar.



Sumber: contemporary college physics, 2000

**Gambar 6.12**

- Gaya yang menghasilkan momen gaya positif (mendekati pembaca) ditandai dengan titik.
- Gaya yang menghasilkan momen gaya negatif (menjauhi pembaca) ditandai dengan tanda silang.



**Gambar 6.13**

Pada benda bekerja dua gaya, yaitu  $F_1$  dan  $F_2$  yang menghasilkan momen gaya  $-\tau_1$  dan  $+\tau_2$ .



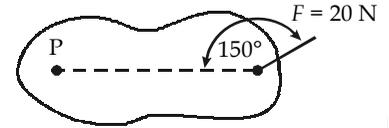
### Contoh 6.1

Pada sebuah benda bekerja gaya 20 N seperti pada gambar. Jika titik tangkap gaya berjarak 25 cm dari titik P, berapakah besar momen gaya terhadap titik P?

**Jawab**

Diketahui:  $F = 20 \text{ N}$ ,  $r = 25 \text{ cm}$ , dan  $\theta = 150^\circ$ .

$$\begin{aligned} \tau &= r F \sin \theta \\ &= (0,25 \text{ cm})(20 \text{ N})(\sin 150^\circ) \\ &= (0,25 \text{ cm})(20 \text{ N})\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 2,5 \text{ Nm}. \end{aligned}$$



Jangan Lupa

$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$ ;  $\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$ ;  $\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$   
 dan  $\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}$ ;  $\mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i}$ ;  
 $\mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$  serta  $\mathbf{i} \times \mathbf{i} = 0$ ;  
 $\mathbf{j} \times \mathbf{j} = 0$ ;  $\mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0$

### Contoh 6.2

Sebuah gaya  $F = (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j}) \text{ N}$  memiliki lengan gaya  $r = (4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \text{ m}$  terhadap suatu titik poros. Vektor  $\mathbf{i}$  dan  $\mathbf{j}$  berturut-turut adalah vektor satuan yang searah dengan sumbu- $x$  dan sumbu- $y$  pada koordinat Kartesian. Berapakah besar momen gaya yang dilakukan gaya  $F$  terhadap titik poros?

**Jawab**

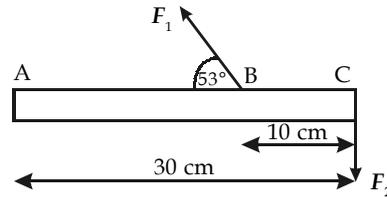
Diketahui:  $F = (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j})\text{N}$  dan  $r = (4\mathbf{i} + 2\mathbf{j})\text{m}$ .

$$\tau = r \times F = (4\mathbf{i} + 2\mathbf{j})\text{m} \times (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j})\text{N} = (4)(5) (\mathbf{k}) \text{ Nm} + (2)(3) (-\mathbf{k}) \text{ Nm} = 14 \mathbf{k}$$

Jadi, besarnya momen gaya 14 Nm yang searah sumbu  $z$ .

### Contoh 6.3

Batang AC yang panjangnya 30 cm diberi gaya seperti terlihat pada gambar.

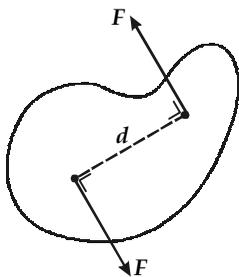


Jika  $BC = 10 \text{ cm}$  dan  $F_1 = F_2 = 20 \text{ N}$ , berapakah momen gaya total terhadap titik A?

**Jawab**

Diketahui:  $r_1 = 20 \text{ cm}$ ,  $F_1 = F_2 = 20 \text{ N}$ ,  $r_2 = 30 \text{ cm}$ ,  $\theta_1 = 53^\circ$ , dan  $\theta_2 = 90^\circ$ .

$$\begin{aligned} \tau &= -r_1 F_1 \sin \theta_1 + r_2 F_2 \sin \theta_2 \\ &= -(0,2 \text{ m})(20 \text{ N})(\sin 53^\circ) + (0,3 \text{ m})(20 \text{ N})(\sin 90^\circ) \\ &= -3,2 \text{ Nm} + 6 \text{ Nm} = 2,8 \text{ Nm}. \end{aligned}$$



**Gambar 6.14**

Kopel dari dua gaya yang sama besar dan berlawanan arah.

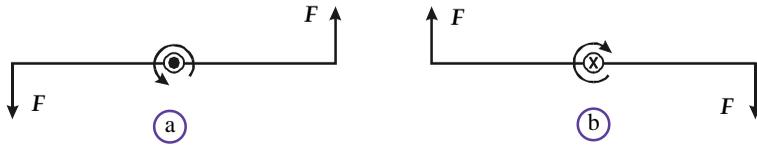
## 2. Momen Kopel

Kopel adalah pasangan dua buah gaya yang sejajar, sama besar, dan berlawanan arah. Kopel yang bekerja pada suatu benda akan mengakibatkan benda tersebut berotasi.

Momen kopel ( $M$ ) adalah perkalian silang antara dua besaran vektor, yaitu gaya dan jarak antara kedua gaya tersebut. Secara matematis, dituliskan sebagai berikut.

$$M = F \times d \quad (6-21)$$

Perjanjian tandanya, yaitu jika kopel menyebabkan perputaran benda searah putaran jarum jam, momen kopel ( $M$ ) bernilai positif (mendekati pembaca,  $\odot$ ). Sebaliknya, apabila kopel menyebabkan perputaran benda berlawanan arah dengan putaran jarum jam, momen kopel bernilai negatif (menjauhi pembaca  $\otimes$ ).



Contoh aplikasi momen kopel dalam keseharian terdapat pada pedal sepeda. Kedua kaki akan memberikan gaya  $F$  yang sama pada pedal sepeda (panjang pedal sama) dengan arah keduanya saling berlawanan.

### 3. Momen Inersia

Sebuah benda yang berotasi pada sumbunya, cenderung untuk terus berotasi pada sumbu tersebut selama tidak ada gaya luar (momen gaya) yang bekerja padanya. Ukuran yang menentukan kelembaman benda terhadap gerak rotasi dinamakan momen inersia ( $I$ ).

Momen inersia suatu bergantung pada massa benda dan jarak massa benda tersebut terhadap sumbu rotasi. Jika benda berupa partikel atau titik bermassa  $m$  berotasi mengelilingi sumbu putar yang berjarak  $r$ , momen inersia partikel itu dinyatakan dengan persamaan

$$I = mr^2 \quad (6-22)$$

Dari **Persamaan (6-22)** itu, Anda dapat menyimpulkan bahwa momen inersia suatu partikel berbanding lurus dengan massa partikel dan kuadrat jarak partikel tersebut terhadap sumbu rotasinya.

Dengan demikian, semakin jauh jarak poros benda (sumbu rotasinya), besar momen inersia benda tersebut akan semakin besar. Prinsip ini banyak digunakan dalam atraksi sirkus, misalnya atraksi berjalan pada seutas tali. Dalam atraksi tersebut, pemain akrobat membawa sepotong kayu panjang yang akan memperbesar momen inersianya sehingga ia dapat menyeimbangkan badannya saat berjalan pada tali tersebut.



Sumber: news. c.co.uk

Apabila terdapat banyak partikel dengan massanya masing-masing  $m_1$ ,  $m_2$ , dan  $m_3$ , serta memiliki jarak masing-masing  $r_1$ ,  $r_2$ , dan  $r_3$  terhadap poros (sumbu rotasi), momen inersia total partikel tersebut adalah penjumlahan momen inersia setiap partikelnya. Secara matematis, dituliskan sebagai berikut.

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 \quad (6-23)$$

**Gambar 6.15**

- (a) Momen kopel positif mendekati pembaca diberi tanda  $\odot$ .
- (b) Momen kopel negatif menjauhi pembaca diberi tanda  $\otimes$ .



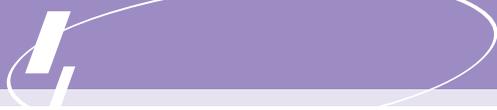
Sumber: kotaaraya.com

**Gambar 6.16**

Kopel digunakan dalam mengayuh sepeda.

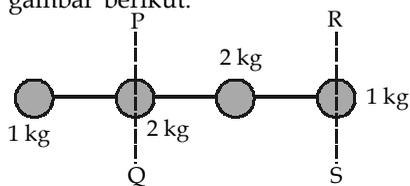
**Gambar 6.17**

Kayu panjang yang dibawa pemain akrobat memperbesar momen inersianya sehingga ia dapat menyeimbangkan tubuhnya saat berjalan menyusuri tali.



### Contoh 6.4

Empat partikel dihubungkan dengan batang kayu yang ringan dan massanya diabaikan seperti pada gambar berikut.



Jika jarak antarpartikel sama, yaitu 20 cm, berapakah momen inersia sistem partikel tersebut terhadap

- poros PQ;
- poros RS.

**Jawab**

Diketahui:  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_4 = 1 \text{ kg}$ , dan  $r = 20 \text{ cm}$ .

- Momen inersia sistem terhadap poros PQ, berarti PQ sebagai sumbu rotasi

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$

$$= (1 \text{ kg})(0,2 \text{ m})^2 + (2 \text{ kg})(0 \text{ m})^2 + (2 \text{ kg})(0,2 \text{ m})^2 + (1 \text{ kg})(0,4 \text{ m})^2 = 0,28 \text{ kgm}^2$$

- Momen inersia sistem terhadap poros RS, berarti RS sebagai sumbu rotasi

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$

$$= (1 \text{ kg})(0,6 \text{ m})^2 + (2 \text{ kg})(0,4 \text{ m})^2 + (2 \text{ kg})(0,2 \text{ m})^2 + (1 \text{ kg})(0 \text{ m})^2 = 0,76 \text{ kgm}^2$$

## Jelajah Fisika

### Momen Inersia



Sumber: antwrp.gs.c.nasa.gov

Dengan mengukur perubahan yang kecil pada orbit satelit-satelit, ahli geofisika dapat mengukur momen inersia Bumi. Hal ini menginformasikan pada kita bagaimana massa planet-planet terdistribusi di bagian dalamnya. Teknik yang sama juga telah digunakan di pesawat ruang angkasa antarplanet untuk menyelidiki struktur dalam dari dunia-dunia lain.

Sumber: Fisika universitas, 2002

Benda tegar adalah suatu benda yang memiliki satu kesatuan massa yang kontinu (tidak terpisahkan antara satu sama lain) dan bentuknya teratur. Pada benda tegar, massa benda terkonsentrasi pada pusat massanya dan tersebar pada jarak yang sama dari titik pusat massa benda. Oleh karena itu, momen inersia benda tegar dapat dihitung menggunakan teknik integral dengan persamaan

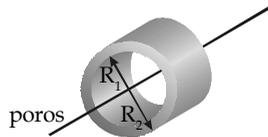
$$I = \int r^2 dm \quad (6-24)$$

Momen inersia berbagai bentuk benda tegar berdasarkan sumbu rotasinya dituliskan pada tabel berikut.

**Tabel 6.2** Momen Inersia Berbagai Bentuk Benda Tegar

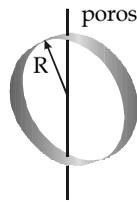
Nama	Gambar	Momen Inersia
Batang silinder, poros melalui pusat.		$I = \frac{1}{12} ml^2$
Batang silinder, poros melalui ujung.		$I = \frac{1}{3} ml^2$
Pelat besi persegi panjang, poros melalui pusat.		$I = \frac{1}{2} m(a^2 + b^2)$

Silinder berongga



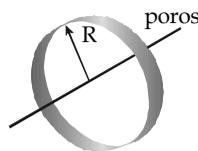
$$I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$

Silinder pejal



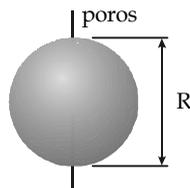
$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

Silinder tipis berongga



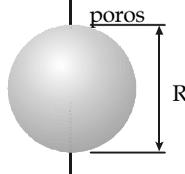
$$I = mR^2$$

Bola pejal



$$I = \frac{2}{5}mR^2$$

Bola tipis berongga



$$I = \frac{2}{3}mR^2$$

**Sumber:** Fundamentals of physics, 2001 dan physics for Scientists and Engineers with modern physics, 2000

Dalam kasus benda tegar, apabila momen inersia benda terhadap pusat massa  $I_{pm}$  diketahui, momen inersia benda terhadap sumbu lain yang paralel dengan sumbu pusat massa dapat dihitung menggunakan teori sumbu paralel, yaitu

$$I = I_{pm} + md^2 \quad (6-25)$$

dengan:  $d$  = jarak dari sumbu pusat massa ke sumbu paralel (m), dan  $m$  = massa benda (kg).

### Contoh 6.5

Sebatang kayu silinder panjangnya 100 cm dan bermassa 800 g. Tentukan momen inersia batang kayu itu, jika batang kayu tersebut berputar dengan sumbu putarnya:

- di tengah-tengah,
- di ujung.

**Jawab**

Diketahui:  $l = 100$  cm dan  $m = 800$  g = 0,8 kg.

- Momen inersia batang kayu dengan sumbu putarnya di tengah:

$$I = \frac{1}{12}m\ell^2 = \frac{1}{12}(0,8 \text{ kg})(1 \text{ m})^2 = 0,067 \text{ kgm}^2.$$

- Momen inersia batang kayu dengan sumbu putarnya di ujung:

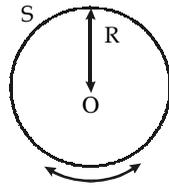
$$I = \frac{1}{3}m\ell^2 = \frac{1}{3}(0,8 \text{ kg})(1 \text{ m})^2 = 0,267 \text{ kgm}^2.$$

### Kata Kunci

- Momen gaya
- Lengan gaya
- Momen kopel
- Momen inersia
- Pusat massa
- Gerak rotasi



### Contoh 6.6



Sebuah piringan yang bermassa  $M$  dirotasikan dengan poros melalui pusat massa  $O$  dan tegak lurus pada piringan. Momen inersia pusat massa piringan tersebut adalah  $I_{pm} = \frac{1}{2}mR^2$  dengan  $R$  adalah jari-jari piringan. Tentukanlah momen inersia piringan tersebut jika poros digeser ke sisi piringan, yaitu di titik  $S$  yang sejajar dengan poros semula.

**Jawab**

Diketahui:  $I_{pm} = \frac{1}{2}mR^2$  dan  $d = R$ .

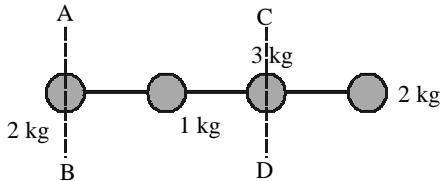
Karena sumbu putar digeser sejauh  $d = R$  dari pusat massa, menurut teorema sumbu sejajar, momen inersia piringan adalah

$$I_s = I_{pm} + md^2 = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2.$$

## Soal Penguasaan Materi 6.1

Kerjakanlah di dalam buku latihan Anda.

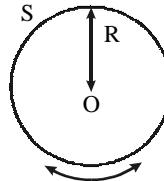
1. Empat partikel dihubungkan dengan batang kaku yang ringan dan massanya diabaikan seperti pada gambar berikut.



Jika jarak antarpartikel sama, yaitu 40 cm, berapakah momen inersia sistem partikel tersebut terhadap:

- poros AB;
  - poros CD.
2. Sebatang kayu silinder memiliki panjang 80 cm dan massa 600 g. Tentukanlah momen inersianya, jika batang kayu tersebut berputar menurut sumbu putarnya:

- di tengah-tengah;
  - di ujung;
  - berjarak 20 cm dari ujung batang.
3. Perhatikan gambar berikut.



Sebuah piringan bermassa 20 gram dan berjari-jari 10 cm. Tentukanlah momen inersia piringan tersebut jika dirotasikan dengan:

- poros melalui pusat massa  $O$  dan tegak lurus pada piringan;
- poros digeser ke sisi piringan di titik  $S$  yang sejajar poros semula.

## C Dinamika Rotasi

Pada pembahasan materi sebelumnya, Anda telah mempelajari bahwa penyebab gerak translasi adalah gaya  $F$  dan penyebab gerak rotasi adalah momen gaya  $\tau$ . Menurut Hukum Kedua Newton, persamaan gerak translasi benda diam bermassa  $m$  yang dikenai gaya  $F$  dan bergerak dengan percepatan  $a$  adalah  $F = m \cdot a$ . Demikian juga untuk benda dengan momen inersia  $I$  yang bergerak rotasi dengan percepatan sudut  $\alpha$  karena adanya momen gaya  $\tau$ , persamaannya adalah  $\tau = I \cdot \alpha$ .

Analogi dan hubungan antara gerak translasi dan gerak rotasi dapat dilihat pada Tabel 6.2 berikut.

**Tabel 6.3** Analogi Gerak Translasi dan Rotasi

Gerak Translasi		Gerak Rotasi		Hubungannya
Jarak linear	$s$	Jarak Posisi (Sudut)	$\theta$	$s = \theta R$
Kecepatan Linear	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	Kecepatan Sudut	$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$	$v = \omega R$
Percepatan Tangensial	$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Percepatan Sudut	$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$	$a = \alpha R$
Kelembaman Translasi (massa)	$m$	Kelembaman Rotasi (Momen Inersia)	$I$	$I = \sum_{i=1}^N m_i R_i^2$
Gaya	$F = ma$	Momen Gaya	$\tau = I\alpha$	$\tau = F \times r$
Energi Kinetik	$EK = \frac{1}{2} mv^2$	Energi Kinetik	$EK = \frac{1}{2} I\omega^2$	
Momentum Linear	$p = mv$	Momentum Sudut	$L = I\omega$	
Daya	$P = Fv$	Daya	$p = \tau\omega$	

### 1. Hubungan antara Momen Gaya dan Percepatan Sudut

Hubungan antara momen gaya dan percepatan sudut pada gerak rotasi analog dengan Hukum Kedua Newton pada gerak translasi. Pada gerak rotasi, berlaku hubungan sebagai berikut.

$$\tau = I\alpha \quad (6-26)$$

dengan:  $\tau$  = momen gaya (Nm),  
 $I$  = momen inersia ( $\text{kgm}^2$ ), dan  
 $\alpha$  = percepatan sudut ( $\text{rad/s}^2$ ).

#### Contoh 6.7

Sebuah roda berputar dari kecepatan 10 rad/s menjadi 70 rad/s karena mendapat momen gaya tetap dalam waktu 3 sekon. Jika momen kelembaman roda 4 kg m<sup>2</sup>, tentukanlah besar momen gaya tersebut.

**Jawab**

Diketahui:  $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$ ,  $\omega = 70 \text{ rad/s}$ ,  $I = 4 \text{ kg m}^2$ , dan  $t = 3 \text{ s}$ .

$$\tau = I\alpha = I \left( \frac{\omega - \omega_0}{t} \right) = 4 \left( \frac{70 \text{ rad/s} - 10 \text{ rad/s}}{3 \text{ s}} \right) = 80 \text{ Nm.}$$

#### Contoh 6.8

Sebuah bola pejal yang berdiameter 40 cm berotasi dengan poros yang melalui pusat bola. Persamaan kecepatan sudut bola adalah  $(5 + 20t) \text{ rad/s}$  dengan  $t$  dalam sekon. Apabila massa bola 4 kg, tentukan momen gaya yang bekerja pada bola.

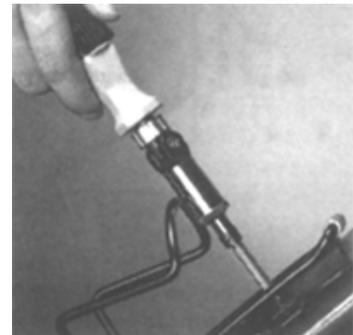
**Jawab**

Diketahui:  $d = 40 \text{ cm}$ ,  $\omega = (5 + 20t) \text{ rad/s}$ ,  $m = 4 \text{ kg}$ , dan  $I = \frac{2}{5} mR^2$ .

$$\tau = I\alpha = \frac{2}{5} mR^2 \left( \frac{d\omega}{dt} \right) = \frac{2}{5} (4 \text{ kg})(0,2 \text{ m})^2 (20 \text{ rad/s}) = 1,28 \text{ Nm.}$$

## Jelajah Fisika

### Obeng



Mengendurkan atau mengencangkan sebuah sekrup memerlukan pemberian percepatan sudut pada sekrup. Hal itu berarti memberikan torsi pada sekrup. Pemberian torsi ini mudah dilakukan dengan menggunakan obeng berjari-jari pegangan yang besar. Obeng ini akan menghasilkan lengan pengungkit besar untuk gaya yang diberikan oleh tangan Anda.

Sumber: Fisika universitas, 2002

## Jelajah Fisika

### Torsi

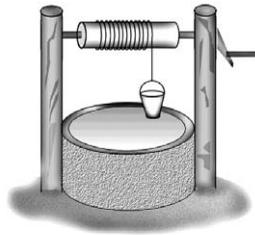


Sumber: www.rpi.edu

Sejak dahulu, pengukuran massa benda dilakukan dengan cara menyeimbangkan torsi antara dua lengan gaya suatu neraca yang dikenal dengan nama neraca lengan.

Sumber: conceptual physics, 1998

### Contoh 6.9



Sebuah silinder pejal berjari-jari 15 cm dan bermassa 2 kg dijadikan katrol untuk sebuah sumur, seperti tampak pada gambar. Batang yang dijadikan poros memiliki permukaan licin sempurna. Seutas tali yang massanya dapat diabaikan, digulung pada silinder. Kemudian, sebuah ember bermassa 1 kg diikatkan pada ujung tali. Tentukan percepatan ember saat jatuh ke dalam sumur.

### Jawab

Diketahui:  $R = 15$  cm, massa katrol silinder  $M = 2$  kg, dan massa ember  $m = 1$  kg.

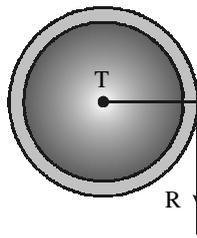
Rotasi pada katrol silinder:

Berdasarkan persamaan momen gaya didapatkan

$$\tau = I\alpha$$

$$RT = I \frac{a}{R}$$

$$T = I \frac{a}{R^2} \dots (a)$$



Translasi pada ember:

Berdasarkan Hukum Newton didapatkan

$$\sum F = ma$$

$$mg - T = ma \dots (b)$$



Dengan menggabungkan **Persamaan (a)** dan **Persamaan (b)**, diperoleh hubungan

$$mg - I \frac{a}{R^2} = ma \text{ atau } mg = \left( m + \frac{I}{R^2} \right) a$$

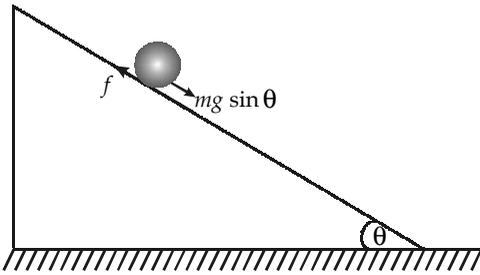
$$\text{sehingga } a = \frac{mg}{m + \frac{I}{R^2}} \text{ atau } a = \frac{g}{1 + \frac{I}{mR^2}} \dots (c)$$

Selanjutnya, substitusikan harga  $I = \frac{1}{2} M R^2$  pada **Persamaan (c)** sehingga diperoleh

$$a = \frac{mg}{m + \frac{1}{2} M} = \frac{(1\text{ kg})(10\text{ m/s}^2)}{1\text{ kg} + \frac{1}{2}(2\text{ kg})} = \frac{10\text{ kgm/s}^2}{2\text{ kg}} = 5\text{ m/s}^2$$

dengan  $m$  adalah massa ember dan  $M$  adalah massa katrol silinder.

## Contoh 6.10



Sebuah benda pejal bermassa  $M$  dan berjari-jari  $R$ , memiliki momen inersia  $I = kMR^2$ . Benda tersebut menggelinding pada suatu bidang miring dengan sudut kemiringan, seperti tampak pada gambar.

- Berapakah percepatan yang dialami benda pejal tersebut?
- Tentukanlah percepatan yang terjadi, jika benda itu berupa bola dengan momen inersia  $I = \frac{2}{5}MR^2$ , atau silinder dengan  $I = \frac{1}{2}MR^2$ .

### Jawab

Diketahui:  $I_{\text{benda pejal}} = kMR^2$ .

- Menurut Hukum Kedua Newton pada gerak translasi, diperoleh hubungan  $Mg \sin \theta - f = Ma$  atau  $Ma + f = Mg \sin \theta$  .... (a)

Berdasarkan prinsip rotasi terhadap pusat benda, berlaku hubungan

$$\tau = I\alpha \rightarrow fR = kMR \alpha \rightarrow f = kMa \text{ .... (b)}$$

Substitusikan **Persamaan (b)** ke dalam **Persamaan (a)**, diperoleh

$$Ma + kMa = Mg \sin \theta \rightarrow a = \frac{g \sin \theta}{k+1}$$

- Untuk silinder dengan  $k = \frac{1}{2}$ , diperoleh  $a = \frac{g \sin \theta}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{2}{3} g \sin \theta$

## 2. Energi dan Usaha dalam Gerak Rotasi

Perhatikanlah roda delman, seperti terlihat pada **Gambar 6.18**. Agar dapat berjalan, roda delman tersebut harus dapat menggelinding di sepanjang jalan yang dilaluinya. Apakah gerak menggelinding itu? Gerak menggelinding adalah perpaduan antara gerak rotasi dengan gerak translasi. Perhatikanlah **Gambar 6.19**. Gerak translasi dicontohkan pada **Gambar 6.19a**. Pada gambar tersebut, gaya  $F$  bekerja di pusat massa (PM) roda sehingga roda berpindah atau bertranslasi. Pada **Gambar 6.19b**, gaya  $F$  bekerja di jari-jari roda sehingga menyebabkan roda berotasi pada pusat massanya. Jika kedua jenis gerak yang dilakukan pada **Gambar 6.19a** dan **6.19b** disatukan, roda akan menggelinding, seperti yang terlihat pada **Gambar 6.19c**.



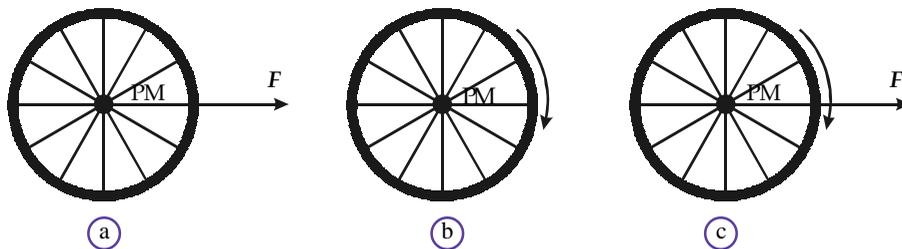
Sumber: mishuna.image.p ase.com

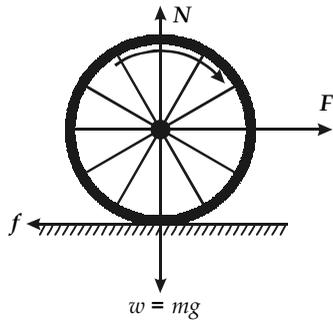
### Gambar 6.18

Roda delman yang sedang berjalan merupakan salah satu contoh gerak menggelinding.

### Gambar 6.19

- Roda bergerak translasi karena ditarik dengan gaya yang bekerja pada titik pusat massanya (PM).
- Roda berotasi pada titik pusat massanya (PM).
- Roda menggelinding.





**Gambar 6.20**

Sebuah bola pejal yang menggelinding tanpa slip pada suatu permukaan datar.

Dalam melakukan gerak menggelinding, dibutuhkan gaya gesek antara benda dengan permukaan. Jika tidak ada gaya gesek maka benda tersebut akan tergelincir atau slip (benda hanya melakukan gerak translasi).

Perhatikanlah **Gambar 6.20**. Dari uraian gaya-gaya yang bekerja pada roda tersebut dapat Anda lihat bahwa gaya normal  $N$ , gaya  $F$ , dan gaya berat  $w$  bekerja pada titik pusat massa roda. Gaya  $F$  menyebabkan benda bertranslasi. Gaya gesek  $f$  menimbulkan momen gaya pada roda sebesar  $\tau$  sehingga roda dapat berotasi dan menggelinding tanpa slip. Dapat disimpulkan bahwa gaya gesek yang bekerja pada benda, memegang peranan penting agar benda dapat menggelinding sempurna tanpa slip.

Dalam kehidupan sehari-hari, konsep menggelinding tanpa slip ini dapat Anda temukan pada desain ban kendaraan, misalnya mobil dan motor. Desain permukaan ban kendaraan dirancang sedemikian rupa agar gesekan yang ditimbulkan saat ban bersentuhan dengan jalan, dapat membuat roda menggelinding sempurna tanpa slip.

## Kerjakanlah 6.2

### Menganalisa Penerapan Konsep Menggelinding Pada Desain Ban

Desain ban suatu kendaraan berbeda-beda, sesuai dengan kebutuhan kendaraan tersebut. Jika Anda perhatikan, ban yang digunakan oleh para pembalap *Formula One* memiliki permukaan yang lebih licin daripada ban mobil biasa, bahkan terkadang tidak bergerigi sama sekali. Menurut Anda, adakah gaya gesek yang ditimbulkan oleh ban mobil balap itu? Apabila dihubungkan dengan konsep menggelinding tanpa slip, apakah fungsi ban seperti yang digunakan oleh para pembalap tersebut? Untuk mendukung jawaban Anda, cobalah Anda cari informasi lebih lanjut mengenai kegunaan desain ban mobil balap dan perbandingannya dengan desain ban mobil biasa di perpustakaan, internet, dan sumber-sumber lainnya. Diskusikan jawaban Anda tersebut bersama dengan teman-teman kelompok Anda serta guru Fisika Anda.



Sumber: conceptual physics, 1993



Sumber: iles.tur os uid.com

Ketika sedang menggelinding, benda memiliki energi kinetik yang terbagi atas dua jenis, yaitu energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasi.

Anda telah mengetahui pada benda yang bergerak translasi, energi kinetiknya adalah energi kinetik translasi, yaitu

$$EK_{\text{trans}} = \frac{1}{2}mv^2$$

Sedangkan, pada benda yang berotasi murni, energi kinetiknya adalah energi kinetik rotasi, yaitu

$$EK_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (6-27)$$

Pada benda yang menggelinding, gerak benda merupakan perpaduan antara gerak translasi dan gerak rotasi. Oleh karena itu, energi kinetik yang dimiliki benda adalah energi kinetik total, yaitu

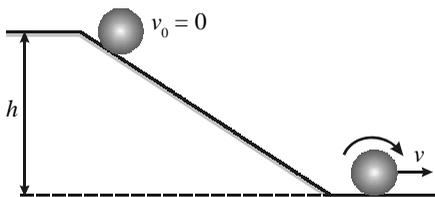
$$EK_{\text{tot}} = EK_{\text{trans}} + EK_{\text{rot}}$$

$$EK_{\text{tot}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (6-28)$$

Jika resultan momen gaya luar yang bekerja pada benda sama dengan nol (tidak ada momen gaya luar yang bekerja pada benda), pada gerak rotasi tersebut berlaku Hukum Kekekalan Energi Mekanik, yang dituliskan sebagai berikut.

$$\Delta EP = \Delta EK_{\text{trans}} + \Delta EK_{\text{rot}} \quad (6-29)$$

### Contoh 6.11



Sebuah benda pejal bermassa  $M$ , jari-jari  $R$ , dan momen inersia  $I = kMR^2$  ( $k$  adalah sebuah konstanta) menggelinding menuruni bidang miring, seperti tampak pada gambar.

- Nyatakan kelajuan bola pada saat tiba di dasar bukit.
- Jika benda pejal adalah bola ( $k = \frac{2}{5}$ ), berapakah kelajuan bola di dasar bukit?
- Tentukan juga kelajuannya apabila benda tersebut adalah silinder ( $k = \frac{1}{2}$ ).

#### Jawab

Diketahui:  $m = M$ ,  $r = R$ , dan  $I = kMR^2$ .

- Menurut Hukum Kekekalan Energi Mekanik, berlaku hubungan:

$$EP = EK_{\text{rot}} + EK_{\text{trans}} \rightarrow Mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2}(kMR^2)\omega^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2}kMv^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$gh = (k + 1) \frac{1}{2}v^2$$

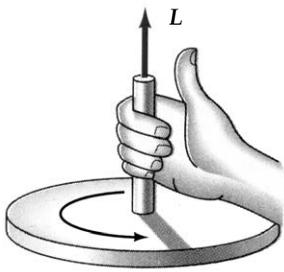
$$v = \sqrt{\frac{2gh}{k+1}}$$

- Untuk bola dengan  $k = \frac{2}{5}$  diperoleh besar  $v = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2}{5}+1}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$
- Untuk silinder dengan  $k = \frac{1}{2}$  diperoleh besar  $v = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{2}+1}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$

### Perlu Anda

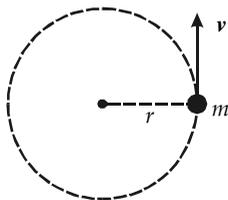
#### Ketahui

Syarat agar suatu roda berjari-jari dan kelajuan sudut pusat massanya  $\omega$  dapat menggelinding tanpa slip adalah roda tersebut harus memiliki kecepatan pusat massa  $v_{\text{pm}} = \omega r$ .



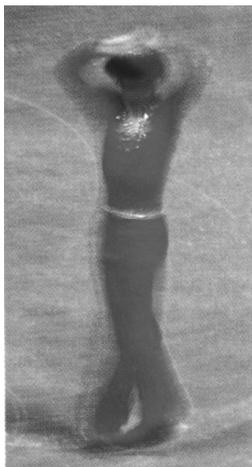
**Gambar 6.21**

Arah putaran keempat jari menunjukkan arah rotasi, sedangkan ibu jari menunjukkan arah momentum sudut.



**Gambar 6.22**

Benda pejal bermassa  $m$  yang bergerak dengan kecepatan  $v$  pada lingkaran berjari-jari  $r$ . Momentum sudutnya  $= mvr$ .



Sumber: Jendela Iptek, 1997

**Gambar 6.23**

Putaran badan ( $\omega$ ) dari pemain es skating ini bertambah cepat saat ia merapatkan kedua tangannya ke arah badan.

### 3. Momentum Sudut dan Hukum Kekalan Momentum Sudut

Pada Bab 5, Anda telah mempelajari bahwa sebuah benda yang bergerak pada suatu garis lurus, memiliki momentum yang disebut momentum linear. Sekarang, bagaimana dengan benda yang berotasi? Pada benda yang melakukan gerak rotasi juga terdapat momentum yang disebut momentum sudut.

Momentum sudut didefinisikan sebagai perkalian antara momen inersia dan kecepatan sudut. Secara matematis, ditulis sebagai berikut.

$$L = I\omega \quad (6-30)$$

dengan:  $I$  = momen inersia ( $\text{kgm}^2$ ),

$\omega$  = kecepatan sudut ( $\text{rad/s}$ ), dan

$L$  = momentum sudut ( $\text{kgm}^2/\text{s}$ ).

Momentum sudut merupakan besaran vektor karena memiliki besar dan arah. Arah momentum sudut dapat ditentukan dengan aturan tangan kanan, seperti yang ditunjukkan pada **Gambar 6.21**.

Apabila jari-jari benda yang melakukan gerak rotasi jauh lebih kecil dibandingkan dengan jarak benda itu terhadap sumbu rotasi  $r$ , momentum sudut benda itu dinyatakan sebagai momentum sudut partikel yang secara matematis dituliskan sebagai

$$L = mvr \quad (6-31)$$

Jika momen gaya luar sama dengan nol, berlaku Hukum Kekalan Momentum Sudut, yaitu momentum sudut awal akan sama besar dengan momentum sudut akhir. Secara matematis, pernyataan tersebut ditulis sebagai berikut.

$$L_{\text{awal}} = L_{\text{akhir}}$$

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I_1\omega_1' + I_2\omega_2' \quad (6-32)$$

Dari **Persamaan (6-32)**, dapat dilihat bahwa apabila  $I$  bertambah besar,  $\omega$  akan semakin kecil. Sebaliknya, apabila  $\omega$  semakin besar maka  $I$  akan mengecil. Prinsip ini diaplikasikan oleh pemain es skating dalam melakukan putaran (*spinning*). Saat akan memulai putaran badan, pemain es skating merentangkan lengannya (momen inersia pemain akan semakin besar karena jarak lengan dengan badan bertambah). Kemudian, ia merapatkan kedua lengannya ke arah badan agar momen inersianya mengecil sehingga putaran badannya akan semakin cepat (kecepatan sudutnya membesar).

#### Contoh 6.12

Diketahui sebuah piringan hitam bermassa  $m$  dan berjari-jari  $R$ . Piringan hitam ini diletakkan di atas sebuah meja putar dengan jari-jari  $R$  dan massa  $M$  yang sedang berputar dengan kecepatan sudut  $\omega$ . Meja putar ini dapat berputar dengan bebas tanpa ada momen gaya luar yang bekerja padanya. Jika piringan hitam dan meja putar dapat dianggap sebagai silinder homogen, berapakah kecepatan sudut akhir sistem?

**Jawab**

Diketahui:  $m_{\text{meja}} = M$ ,  $r_{\text{meja}} = R$ ,  $\omega_{\text{meja}} = \omega$ ,  $m_{\text{piringan}} = m$ , dan  $r_{\text{piringan}} = R$ .

Gunakan Hukum Kekalan Momentum Sudut, yaitu

(momentum sudut awal = momentum sudut akhir)

$$L_{\text{meja}} = L_{\text{meja}} + L_{\text{piringan}} \rightarrow I_m \omega = I_m \omega^2 + I_p \omega^2$$

$$\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\omega = \left(\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mR^2\right)\omega'$$

$$M\omega = (M + m)\omega'$$

$$\omega' = \frac{M}{M + m}\omega$$

Kecepatan sudut akhir sistem adalah  $\omega' = \frac{M}{M + m}\omega$ .

### Kata Kunci

- Dinamika rotasi
- Momentum sudut
- Hukum kekentalan momentum sudut

## Soal Penguasaan Materi 6.2

Kerjakanlah dalam buku latihan Anda.

1. Suatu roda yang berbentuk cakram homogen berjari-jari 50 cm dan massanya 300 kg. Pada saat berputar, roda tersebut memiliki momen gaya sebesar 375 Nm. Tentukan percepatan angular cakram tersebut.
2. Suatu roda berputar dari 20 rad/s menjadi 60 rad/s karena mendapat momen gaya tetap. Jika momen kelembaman roda 4 kgm<sup>2</sup>, tentukan momen gaya tersebut setelah berputar 100 rad.
3. Suatu bola pejal diameternya 40 cm dan berotasi dengan poros yang melalui pusat bola. Persamaan kecepatan sudut bola adalah  $\omega = (10 + 25t)$  rad/s dengan  $t$  dalam sekon. Jika massa bola 4 kg, tentukanlah momen gaya yang bekerja pada bola.
4. Sebuah bola pejal yang bermassa  $m$  dan lantai yang berjari-jari  $R$  menggelinding pada permukaan datar dengan kecepatan  $v$ . Tentukan nilai perbandingan energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasi bola.
5. Sebuah roda dengan momen inersia 0,5 kg m<sup>2</sup> berputar dengan kecepatan sudut 10 rad/s. Roda tersebut diberi gaya tangensial sehingga momen gaya yang timbul sebesar 50 Nm dan arahnya berlawanan dengan arah putaran roda. Tentukan sudut yang ditempuh roda semenjak gaya mulai diberikan hingga berhenti.

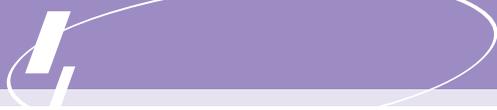
## D Keseimbangan Benda Tegar

### 1. Syarat Keseimbangan

Menurut Hukum Pertama Newton, apabila resultan gaya-gaya yang bekerja pada benda sama dengan nol, percepatan benda tersebut juga akan sama dengan nol. Dalam hal ini, dapat diartikan bahwa benda berada dalam keadaan diam atau bergerak dengan kecepatan tetap. Kondisi ini berlaku untuk gerak translasi dan gerak rotasi. Apabila pada benda berlaku hubungan  $\sum F = 0$  dan  $\sum \tau = 0$  ( $a = 0$  dan  $\alpha = 0$ ) maka dikatakan benda tersebut dalam keadaan setimbang.

Benda yang berada dalam keadaan setimbang tidak harus diam, akan tetapi harus memiliki nilai percepatan linier  $a = 0$  (untuk gerak translasi) dan percepatan sudut  $\alpha = 0$  (untuk gerak rotasi). Sebaliknya, benda yang diam pasti berada dalam keadaan setimbang. Dengan demikian, keadaan setimbang itu terdapat dua macam, yaitu

- a. Setimbang statik (benda diam).  
 $v = 0$  dan  $\omega = 0$   
 $\sum F = 0$  dan  $\sum \tau = 0$
- b. Setimbang mekanik (benda bergerak translasi atau rotasi).
  - a. Setimbang translasi  $\rightarrow$  benda bertranslasi dengan  $v$  konstan.
  - b. Setimbang rotasi (untuk benda tegar)  $\rightarrow$  benda berotasi dengan  $\omega$  konstan.

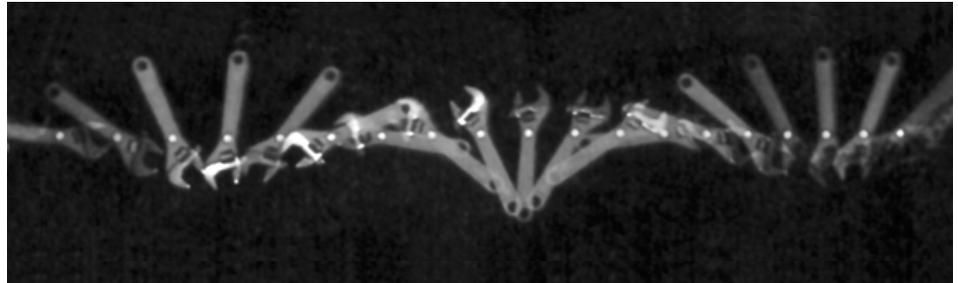


## 2. Pusat Massa dan Titik Berat Benda

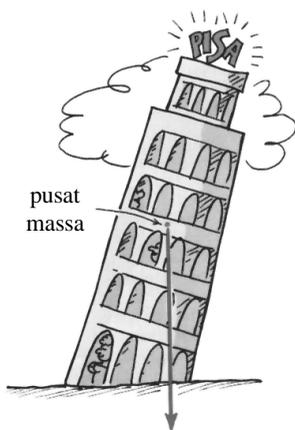
Benda tegar yang melakukan gerak rotasi, memiliki pusat massa yang tidak melakukan gerak translasi ( $v = 0$ ). Berbeda dengan sebuah partikel yang bergerak melingkar beraturan, partikel tersebut memiliki pusat massa yang melakukan gerak translasi ( $v \neq 0$ ) dengan arah yang selalu berubah karena adanya percepatan sentripetal,  $a_s$  di mana  $F \neq 0$ . Perhatikanlah **Gambar 6.24** berikut.

**Gambar 6.24**

Pusat massa sebuah kunci Inggris yang sedang berputar berada dalam satu garis lurus. Pusat massa ini bertranslasi dengan arah yang selalu berubah.



Sumber: conceptual physics, 1993



Sumber: conceptual physics, 1993

**Gambar 6.25**

Letak titik pusat massa menara Pisa masih berada di dalam alasnya sehingga menara tetap dalam keadaan stabil.

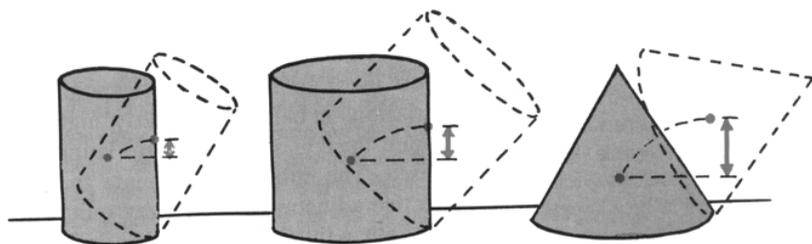
Letak pusat massa suatu benda menentukan kestabilan (kesetimbangan) benda tersebut. Jika dari titik pusat massa benda ditarik garis lurus ke bawah dan garis tersebut jatuh pada bagian alas benda, dikatakan benda berada dalam keadaan setimbang stabil. Namun, apabila garis lurus yang ditarik dari titik pusat massa jatuh di luar alas benda maka benda dikatakan tidak stabil.

Menara Pisa yang miring masih tetap dapat berdiri selama berabad-abad. Mengapa menara tersebut tidak jatuh? Dari ilustrasi **Gambar 6.25**, dapat dilihat bahwa garis yang ditarik dari pusat massa menara masih jatuh pada alasnya sehingga menara berada dalam keadaan stabil (setimbang).

Agar tidak mudah terguling, benda dirancang dengan dasar (alas) yang lebar dan titik pusat massa yang rendah. Perhatikan **Gambar 6.26** berikut.

**Gambar 6.26**

Benda berbentuk kerucut merupakan benda yang paling stabil dibandingkan dengan ketiga benda lainnya.



Sumber: conceptual physics, 1993

Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa semakin lebar alas suatu benda, gaya yang dibutuhkan untuk menggulingkannya akan semakin besar karena jarak yang dibutuhkan untuk menaikkan titik pusat massa benda (ditandai tanda panah) sehingga benda dapat digulingkan juga besar.

Titik berat benda adalah titik tangkap gaya berat suatu benda, di mana titik tersebut dipengaruhi oleh medan gravitasi. Penentuan letak titik berat ini dapat dilakukan dengan mudah apabila benda bersifat homogen dan beraturan (seperti kubus, bola, dan silinder). Apabila benda tidak homogen atau tidak beraturan, penentuan titik beratnya adalah sebagai berikut.

Aggallah benda berupa kumpulan titik-titik massa, yaitu  $m_1, m_2, m_3$ , dan seterusnya yang terletak pada koordinat  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ , dan seterusnya. Titik berat benda terhadap sumbu- $x$  adalah

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) gx_0 = m_1 gx_1 + m_2 gx_2 + m_3 gx_3 + \dots$$

Titik berat benda terhadap sumbu- $y$  adalah

$$(m_1 + m_2 + m_3 + \dots) gy_0 = m_1 gy_1 + m_2 gy_2 + m_3 gy_3 + \dots$$

maka momen gaya berat benda terhadap sumbu- $x$  adalah

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Untuk sumbu- $y$ , momen gaya berat benda tersebut adalah

$$y_0 = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

## Mahir Meneliti

### Menentukan Titik Berat Benda Tidak Beraturan

#### Alat dan Bahan

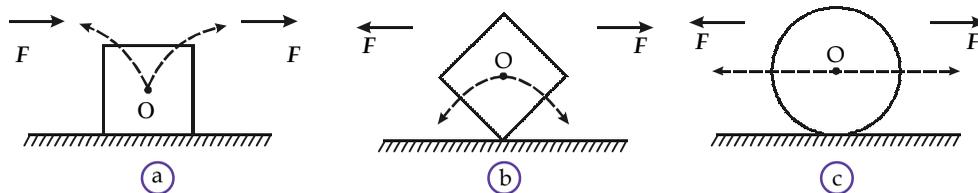
1. Sepotong karton dengan bentuk sembarang
2. Seutas tali dengan pemberat di ujungnya
3. Statif

#### Prosedur

1. Buatlah tiga lubang pada potongan karton (letak lubang sembarang) dan berilah nomor lubang 1, lubang 2, dan lubang 3.
2. Gantungkan karton itu pada lubang 1 dengan menggunakan statif seperti terlihat pada gambar.
3. Gantungkanlah tali yang memiliki pemberat pada statif. Pastikan tali dan pemberatnya dapat menggantung secara bebas dan tidak terhalang.
4. Setelah karton dan tali berada dalam keadaan setimbang, buatlah garis putus-putus yang berasal dari lubang 1 dan berimpit dengan tali. Kemudian, namai garis itu sebagai garis  $l_1$ .
5. Lakukanlah langkah ke-2 sampai dengan ke-4 pada lubang 2 dan lubang 3.
6. Apakah kesimpulan yang Anda dapatkan dari kegiatan tersebut?
7. Diskusikan dan komunikasikanlah kesimpulan tersebut dengan teman-teman dan guru Fisika Anda.



Perhatikanlah gambar tiga jenis kesetimbangan statis benda tegar, yaitu kesetimbangan stabil, labil, dan netral pada **Gambar 6.27** berikut.



**Gambar 6.27**

- (a) Benda setimbang stabil (mantap).
- (b) Benda setimbang labil (goyang).
- (c) Benda setimbang netral (inde erent/sembarang).



## Jelajah Fisika

### Menara Derek



Sumber: iloveoregon.com

Di kapal dan galangan kapal terdapat derek kapal, yaitu sebuah derek statis yang dioperasikan dengan kabel yang dihubungkan pada sebuah menara. Menara derek juga dapat dijumpai pada pembangunan gedung-gedung. Menara derek ini harus selalu berada dalam keadaan setimbang agar tidak timbul total momen gaya yang akan merobohkan menara derek tersebut.

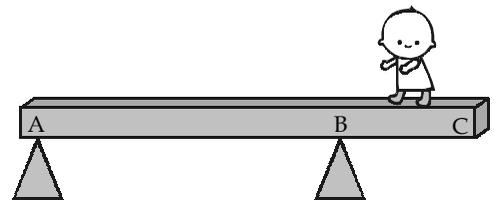
Salah satu derek yang terkenal adalah derek Gottwald MK 1000 yang diberi julukan "irdie ne" karena menara derek tersebut pernah mengangkat beban yang sangat berat, yaitu menempatkan reaktor berkapasitas 742 ton di kilang minyak Selandia Baru.

Sumber: xord ncylopedia,1995

- Kesetimbangan stabil (mantap), ialah jenis kesetimbangan benda di mana apabila benda diberi gangguan (gaya luar) maka benda akan bergerak. Kemudian, apabila gangguan gaya luar tersebut dihilangkan maka benda akan diam dan kembali pada kedudukannya semula. Perhatikanlah **Gambar 6.27a**. Titik berat benda akan naik, jika benda hendak menggelinding karena gaya  $F$ . Kedudukan benda setelah digelindingkan akan tetap.
- Kesetimbangan labil (goyah), ialah jenis kesetimbangan benda dimana benda tidak dapat kembali ke kedudukannya semula apabila gaya luar (gangguan) yang diberikan padanya dihilangkan. Perhatikanlah **Gambar 6.27b**. Titik berat benda  $O$  turun, apabila benda hendak menggelinding karena gaya  $F$ . Kedudukan benda sebelum dan sesudah digelindingkan berubah.
- Kesetimbangan netral (*indifferent*/sembarang), ialah jenis kesetimbangan benda di mana apabila benda diberi gangguan, benda akan bergerak. Kemudian, apabila gangguan dihilangkan, benda akan kembali diam pada posisinya yang baru. Perhatikanlah **Gambar 6.27c**. Titik berat benda,  $O$ , tidak naik maupun turun apabila benda menggelinding. Setelah menggelinding, benda kembali setimbang di posisinya yang baru.

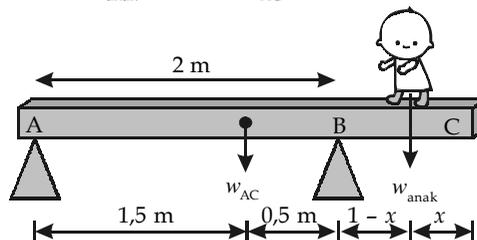
### Contoh 6.13

Batang  $AC$  bermassa  $40\text{ kg}$  dan panjangnya  $3\text{ m}$ . Jarak tumpuan  $A$  dan  $B$  adalah  $2\text{ m}$  (di  $B$  papan dapat berputar) seorang anak bermassa  $25\text{ kg}$  berjalan dari  $A$  menuju  $C$ . Berapa jarak minimum anak dari titik  $C$  agar papan tetap setimbang (ujung batang  $A$  hampir terangkat)?



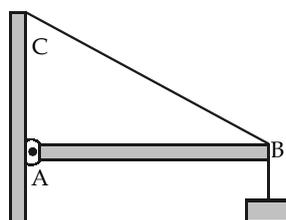
#### Jawab

Diketahui:  $m_{\text{anak}} = 25\text{ kg}$ ,  $m_{AC} = 40\text{ kg}$ ,  $AC = 3\text{ m}$ , dan  $AB = 2\text{ m}$ .



$$\begin{aligned} \Sigma \tau &= 0 \\ w_{AC} (0,5\text{ m}) &= w_{\text{anak}} (1 - x) \\ (400\text{ N}) (0,5\text{ m}) &= (250\text{ N})(1 - x) \\ 200\text{ Nm} &= (250\text{ N}) - (250x\text{ Nm}) \\ 250x\text{ Nm} &= 50\text{ N} \\ x &= 0,2\text{ m} \end{aligned}$$

### Contoh 6.14



Pada sistem kesetimbangan benda tegar seperti pada gambar di samping, batang  $AB$  homogen dengan panjang  $80\text{ cm}$ , beratnya  $18\text{ N}$ , menyangga beban seberat  $30\text{ N}$ ,  $BC$  adalah tali.

- Berapakah tegangan pada tali (dalam newton) jika jarak  $AC = 60\text{ cm}$ ?
- Tentukanlah besar gaya reaksi dinding terhadap batang di titik  $A$ ?

**Jawab**

Diketahui:  $AB = 80 \text{ cm}$ ,  $w_{AB} = 18 \text{ N}$ , dan  $w_{\text{beban}} = 30 \text{ N}$ .

a. Perhatikan diagram gaya yang bekerja pada batang. Oleh karena  $AB = 80 \text{ cm}$  dan  $AC = 60 \text{ cm}$  maka  $BC = \sqrt{(80 \text{ cm})^2 + (60 \text{ cm})^2} = 100 \text{ cm}$ ,  $\sin \alpha = 0,6$  atau  $\alpha = 37^\circ$ .

Berdasarkan syarat kesetimbangan gaya pada titik A, diperoleh:

$$\sum \tau_A = 0$$

$$T(AD) + F_A(0) + (18 \text{ N})\left(\frac{1}{2} AB\right) + (30 \text{ N})(AB) = 0$$

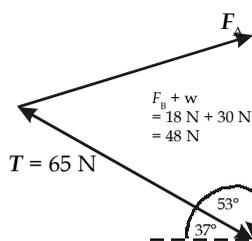
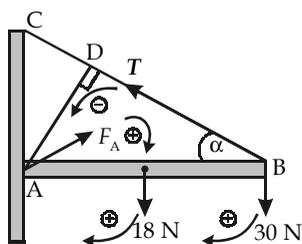
$$T(AB \sin 37^\circ) + 0 + (9 \text{ N})(AB) + (30 \text{ N})(AB) = 0$$

$$39 \text{ N} = 0,6T \text{ atau } T = 65 \text{ N}$$

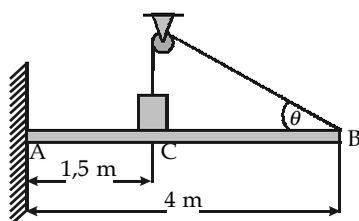
b. Gaya reaksi  $F_A$  dihitung dengan menggunakan metoda segitiga.

$$F_A = \sqrt{(48 \text{ N})^2 + (65 \text{ N})^2} - 2(48 \text{ N})(65 \text{ N}) \cos 53^\circ$$

$$F_A = \sqrt{2785 \text{ N}^2} = 52,78 \text{ N}$$



**Contoh 6.15**



Sistem terlihat pada gambar. Massa batang homogen AB adalah 50 kg dan massa bebannya 150 kg. Ujung A diengselkan ke tembok, sedangkan beban dihubungkan ke ujung B dengan seutas tali melalui sebuah katrol. Massa tali dan gesekan pada katrol diabaikan,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , dan  $\sin \theta = \frac{7}{16}$ .

$$g = 10 \text{ m/s}^2, \text{ dan } \sin \theta = \frac{7}{16}$$

- Gambarkanlah diagram gaya-gaya yang bekerja pada batang AB dan pada beban, serta hitunglah tegangan talinya.
- Berapakah besar gaya engsel di titik A?

**Jawab**

Diketahui:  $m_1 = 150 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 50 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $AC = 1,5 \text{ m}$ ,  $AB = 4 \text{ m}$ , dan  $\sin \theta = \frac{7}{16}$ .

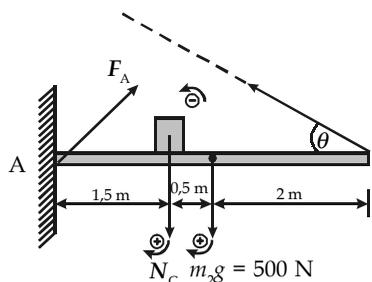
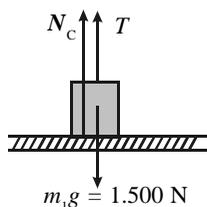
a. Gaya pada beban  $N_C$  adalah gaya normal dari batang pada beban. Dalam keadaan setimbang berlaku:

$$\sum F_y = 0$$

$$T + N_C = m_1 g$$

$$T + N_C = 1.500 \text{ N}$$

$$N_C = 1.500 \text{ N} - T \dots\dots\dots (a)$$



Perhatikanlah diagram gaya pada batang. Gaya reaksi beban terhadap batang adalah  $N_C'$  (bukan  $m_1 g$ ) dengan  $N_C' = N_C$  (pasangan gaya aksi-reaksi).

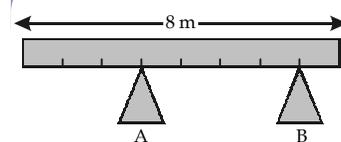
Gunakan syarat kesetimbangan batang pada titik A.

$$\sum \tau_A = 0$$

$$N_C' (AC) + m_2 g (CB) = T \sin \theta (AC)$$

$$N_C' (1,5 \text{ m}) + m_2 g (2 \text{ m}) = T \sin \theta (4 \text{ m}) \dots\dots\dots (b)$$

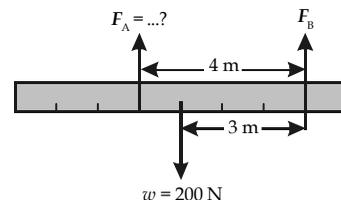
**Solusi Cerdas**



Balok kayu seragam di atas sepanjang 8 m dan berat 200 N berada di atas dua buah tiang penyangga A dan B. Besar beban yang dirasakan oleh titik A (dalam N) adalah ....

- 60
- 90
- 120
- 150
- 180

**Penyelesaian**



$$\sum \tau_B = 0$$

$$w(3 \text{ m}) - F_A(4 \text{ m}) = 0$$

$$(200 \text{ N})(3 \text{ m}) - F_A(4 \text{ m}) = 0$$

$$F_A = 150 \text{ N}$$

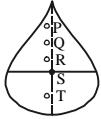
**Jawab: d**

**Soal UM-UGM 2003**

## Solusi Cerdas

Benda bidang tersebut dilubangi di lima titik. Kemudian, benda digantungkan pada paku di dinding. Benda tersebut akan mencapai keseimbangan indeferen apabila titik berat berada di titik ....

- P
- Q
- R
- S
- T



### Penyelesaian

Apabila benda berada dalam keseimbangan indeferen (netral), pusat gravitasi benda tetap walaupun benda diberi gaya horizontal. Jadi, pada kasus tersebut benda akan setimbang netral jika pusat massanya di titik R. (Posisi R tetap walaupun benda diputar)

Jawab: c

Soal UAN Fisika SMA 2002/2003

Substitusikan Persamaan (a) pada Persamaan (b) sehingga diperoleh

$$(1.500 \text{ N} - T)(1,5 \text{ m}) + (500 \text{ N})(2 \text{ m}) = T\left(\frac{7}{16}\right)(4 \text{ m})$$

$$2.250 \text{ Nm} - 1,5 T \text{ m} + 1.000 \text{ Nm} = \frac{7}{4} T \text{ m}$$

$$9.000 \text{ Nm} - 6 T \text{ m} + 4.000 \text{ Nm} = 7 T \text{ m}$$

$$13 T \text{ m} = 13.000 \text{ Nm} \rightarrow T = 1.000 \text{ N.}$$

- b. Gunakan metoda segitiga untuk menghitung gaya engsel  $F_A$ .

$$\sin \theta = \frac{7}{16} \text{ atau } \theta = 25,94^\circ$$

$$\rightarrow \alpha = 90 - 25,94 = 64,06^\circ$$

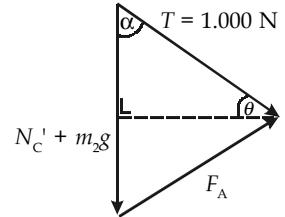
Karena  $N_C' = 1.500 \text{ N} - T$ ,  
maka  $N_C' = 1.500 \text{ N} - 1.000 \text{ N} = 500 \text{ N}$

$$F_A = \sqrt{(N_C' + m_2 g)^2 + T^2 + 2(N_C' + m_2 g)(T) \cos \alpha}$$

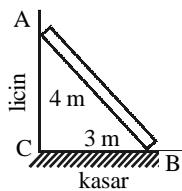
Oleh karena  $N_C' + m_2 g = 500 \text{ N} + 500 \text{ N} = 1.000 \text{ N}$  maka

$$F_A = \sqrt{(1.000 \text{ N})^2 + (1.000 \text{ N})^2 - 2(1.000 \text{ N})(1.000 \text{ N}) \cos(64,06^\circ)}$$

$$F_A = \sqrt{2.000.000 \text{ N}^2 - 874.859,38 \text{ N}^2} = 1.060,73 \text{ N.}$$



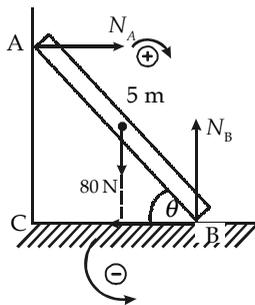
## Contoh 6.16



Sebuah tangga homogen  $AB$  yang panjangnya 5 m dan massanya 8 kg disandarkan pada dinding vertikal yang licin. Ujung  $A$  bersandar pada dinding, sedangkan ujung  $B$  terletak di lantai kasar yang berjarak 3 m dari dinding. Tentukan koefisien gesek antara lantai dan ujung  $B$ , agar batang setimbang tepat akan bergerak. (percepatan gravitasi  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Jawab

Diketahui:  $AB = 5 \text{ m}$ ,  $m_{AB} = 8 \text{ kg} = 80 \text{ N}$ ,  $BC = 3 \text{ m}$ ,  $AC = 4 \text{ m}$ , dan  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Perhatikanlah diagram gaya pada balok.



$$\bullet \quad \sum \tau_B = 0$$

$$N_A(AC) - W_{AB} \left(\frac{1}{2}CB\right) = 0$$

$$N_A(AC) - 80 \left(\frac{1}{2}CB\right) = 0$$

$$N_A(4 \text{ m}) - (40 \text{ N})(3 \text{ m}) = 0 \rightarrow N_A = 30 \text{ N}$$

$$\bullet \quad \sum F_y = 0 \rightarrow N_B = 80 \text{ N}$$

$$\bullet \quad \sum F_x = 0 \rightarrow f_B = N_A \text{ atau } \mu N_B = N_A$$

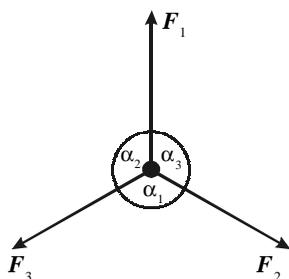
$$\mu (80 \text{ N}) = 30 \text{ N} \rightarrow \mu = \frac{3}{8}$$

## 3. Kesetimbangan Tiga Gaya

Apabila terdapat tiga gaya yang bekerja pada satu titik partikel dan partikel tersebut berada dalam keadaan setimbang, seperti pada Gambar 6.28, berlaku hubungan sebagai berikut.

$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{F_3}{\sin \alpha_3} \quad (6-33)$$

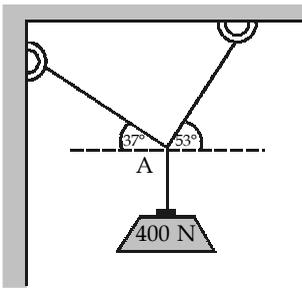
dengan  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , dan  $\alpha_3$  merupakan sudut apit antara dua gaya yang berdekatan.



Gambar 6.28

Gaya  $F_1$ ,  $F_2$ , dan  $F_3$  bekerja pada titik partikel dengan sudut masing-masing

### Contoh 6.17

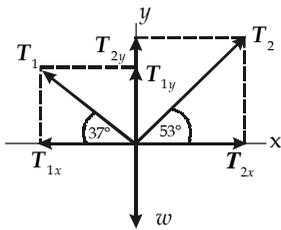


Benda pada gambar memiliki berat 400 N dan digantung dalam keadaan diam. Tentukanlah besar tegangan-tegangan yang terjadi pada kedua tali yang menahan benda.

(Ingat, tegangan adalah gaya yang terdapat pada seutas tali yang menarik suatu benda).

#### Jawab

Diketahui:  $w = 400 \text{ N}$ ,  $\theta_1 = 37^\circ$ , dan  $\theta_2 = 53^\circ$



Cara umum:

Perhatikan diagram uraian gaya yang bekerja pada titik A. Gaya  $T_1$  dan  $T_2$  menghasilkan komponen-komponen gaya menurut sumbu- $x$  dan sumbu- $y$  yang diproyeksikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} T_{1x} &= T_1 \cos 37^\circ = T_1 (0,8) = 0,8 T_1 \\ T_{1y} &= T_1 \sin 37^\circ = T_1 (0,6) = 0,6 T_1 \\ T_{2x} &= T_2 \cos 53^\circ = T_2 (0,6) = 0,6 T_2 \\ T_{2y} &= T_2 \sin 53^\circ = T_2 (0,8) = 0,8 T_2 \end{aligned}$$

Terapkan syarat kesetimbangan sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 \rightarrow T_{2x} - T_{1x} &= 0 \text{ atau } 0,6 T_2 - 0,8 T_1 = 0 \\ -0,8 T_1 + 0,6 T_2 &= 0 \dots (a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 \rightarrow T_{1y} - T_{2y} - w &= 0 \text{ atau } 0,6 T_1 + 0,8 T_2 - 400 = 0 \\ 0,6 T_1 + 0,8 T_2 &= 400 \text{ N} \dots (b) \end{aligned}$$

Dari **Persamaan (a)** dan **Persamaan(b)**, diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{array}{l} -0,8 T_1 + 0,6 T_2 = 0 \quad | \times 0,6 \\ 0,6 T_1 + 0,8 T_2 = 400 \text{ N} \quad | \times 0,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -0,48 T_1 + 0,36 T_2 = 0 \\ 0,48 T_1 + 0,64 T_2 = 320 \text{ N} \\ \hline 1,00 T_2 = 320 \text{ N} \\ T_2 = 320 \text{ N} \end{array}$$

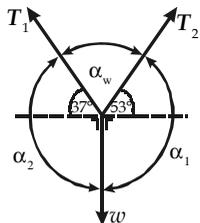
Masukkan nilai  $T_2$  ke dalam **Persamaan (b)** maka  $T_1$  dapat dihitung.

$$\begin{aligned} 0,6 T_1 + 0,8(320 \text{ N}) &= 400 \text{ N} \\ 0,6 T_1 + 256 \text{ N} &= 400 \text{ N} \\ 0,6 T_1 &= 400 \text{ N} - 256 \text{ N} \end{aligned}$$

$$T_1 = \frac{144 \text{ N}}{0,6} = 240 \text{ N}$$

Cara perbandingan sinus:

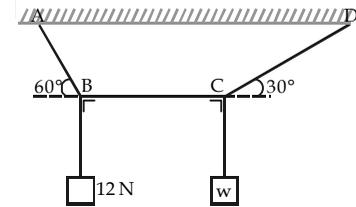
Menurut kesetimbangan tiga gaya, diperoleh



$$\frac{T_1}{\sin \alpha_1} = \frac{T_2}{\sin \alpha_2} = \frac{w}{\sin \alpha_w} \rightarrow \frac{T_1}{\sin 143^\circ} = \frac{T_2}{\sin 127^\circ} = \frac{w}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{T_1}{0,6} = \frac{T_2}{0,8} = \frac{400}{1} = 400 \rightarrow T_1 = 240 \text{ N dan } T_2 = 320 \text{ N.}$$

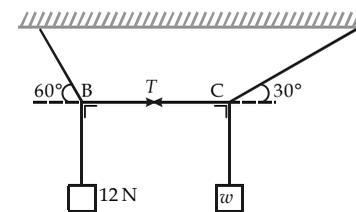
### Solusi Cerdas



Seutas tali ABCD digantungkan pada titik A dan D. Pada titik B digantungkan beban seberat  $w$ . Tentukanlah besar  $w$  agar sistem dalam kesetimbangan ....

- 4 N
- 8 N
- 12 N
- 16 N
- 20 N

#### Penyelesaian



- Lihat titik B.

$$\frac{T}{\sin(90+60)} = \frac{12}{\sin(90+30)^\circ}$$

$$\frac{T}{\frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} \rightarrow T = 4\sqrt{3} \text{ N}$$

- Lihat titik C

$$\frac{T}{\sin(90+30)^\circ} = \frac{12}{\sin(90+60)}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{w}{\frac{1}{2}} \rightarrow w = 4 \text{ N}$$

**Jawab: a**

**Soal UM-UGM 2003**



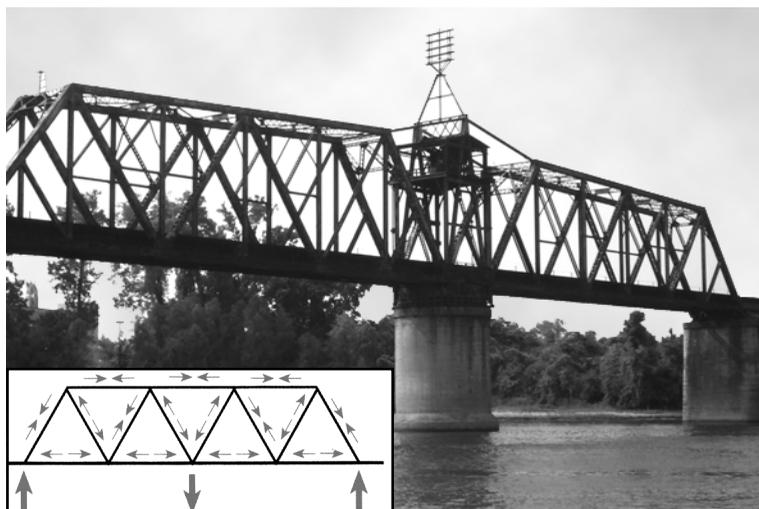
#### 4. Kesetimbangan Gaya pada Jembatan

Kesetimbangan statis banyak diaplikasikan dalam bidang teknik, khususnya yang berhubungan dengan desain struktur jembatan. Anda mungkin sering melewati jembatan untuk menyeberangi sungai atau jalan. Menurut Anda, bagaimanakah kesetimbangan statis suatu jembatan jika dijelaskan secara Fisika?

Suatu jembatan sederhana dapat dibuat dari batang pohon atau lempengan batu yang disangga di kedua ujungnya. Sebuah jembatan, walaupun hanya berupa jembatan sederhana, harus cukup kuat menahan berat jembatan itu sendiri, kendaraan, dan orang yang menggunakannya. Jembatan juga harus tahan terhadap pengaruh kondisi lingkungan. Seiring dengan perkembangan jaman dan kemajuan teknologi, dibuatlah jembatan-jembatan yang desain dan konstruksinya lebih panjang dan indah, serta terbuat dari material yang lebih kuat dan ringan, seperti baja. Secara umum, terdapat tiga jenis konstruksi jembatan. Marilah pelajari pembahasan kesetimbangan gaya-gaya yang bekerja pada setiap jenis jembatan berikut.

- a. Jembatan kantilever adalah jembatan panjang yang mirip dengan jembatan sederhana yang terbuat dari batang pohon atau lempengan batu, tetapi penyangganya berada di tengah. Pada bagian-bagiannya terdapat kerangka keras dan kaku (terbuat dari besi atau baja). Bagian-bagian kerangka pada jembatan kantilever ini meneruskan beban yang ditanggungnya ke ujung penyangga jembatan melalui kombinasi antara tegangan dan regangan. Tegangan timbul akibat adanya pasangan gaya yang arahnya menuju satu sama lain, sedangkan regangan ditimbulkan oleh pasangan gaya yang arahnya saling berlawanan.

Perhatikanlah **Gambar 6.29**. Kombinasi antara pasangan gaya yang berupa regangan dan tegangan, menyebabkan setiap bagian jembatan yang berbentuk segitiga membagi berat beban jembatan secara sama rata sehingga meningkatkan perbandingan antara kekuatan terhadap berat jembatan. Pada umumnya, jembatan kantilever digunakan sebagai penghubung jalan yang jaraknya tidak terlalu jauh, karena jembatan jenis ini hanya cocok untuk rentang jarak 200 m sampai dengan 400 m.



**Gambar 6.29**

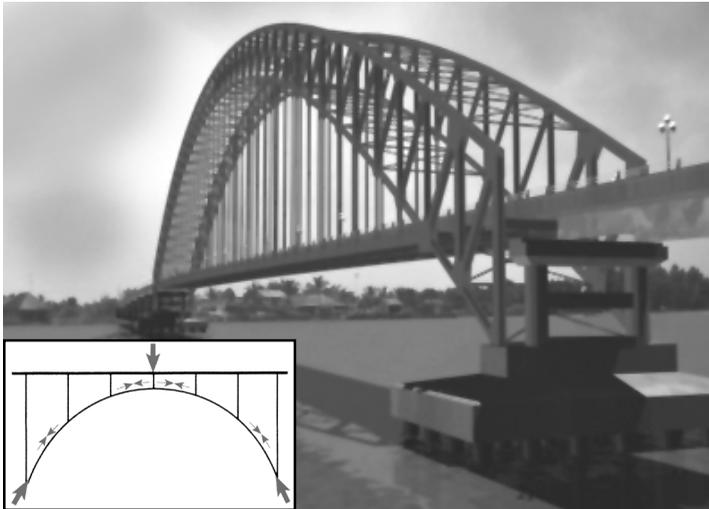
Jembatan kantilever ini banyak digunakan di Indonesia untuk menghubungkan wilayah antardaerah.

Sumber: anitas.ocus.smugmug.com

- b. Jembatan lengkung adalah jembatan yang konstruksinya berbentuk busur setengah lingkaran dan memiliki struktur ringan dan terbuka. Rentang maksimum yang dapat dicapai oleh jembatan ini adalah sekitar 900 m. Pada jembatan lengkung ini, berat jembatan serta beban yang ditanggung



oleh jembatan (dari kendaraan dan orang yang melaluinya) merupakan gaya-gaya yang saling berpasangan membentuk tekanan. Oleh karena itu, selain menggunakan baja, jembatan jenis ini dapat menggunakan batuan-batuan sebagai material pembangunnya. Perhatikanlah **Gambar 6.30**. Desain busur jembatan menghasilkan sebuah gaya yang mengarah ke dalam dan ke luar pada dasar lengkungan busur.



Sumber: www.pu.go.id

### Kata Kunci

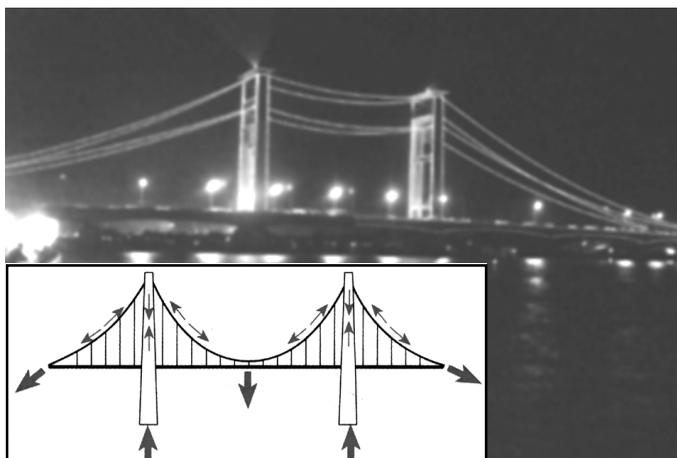
- Titik berat
- Kesetimbangan
- Kesetimbangan tiga gaya

**Gambar 6.30**

Salah satu contoh jembatan lengkung adalah jembatan Rumpyang yang terdapat di Kalimantan Selatan.

- c. Jembatan gantung adalah jenis konstruksi jembatan yang menggunakan kabel-kabel baja sebagai penggantungnya, dan terentang di antara menara-menara. Setiap ujung kabel-kabel penggantung tersebut ditanamkan pada jangkar yang tertanam di pinggiran pantai.

Perhatikanlah **Gambar 6.31**. Jembatan gantung menyangga bebannya dengan cara menyalurkan beban tersebut (dalam bentuk tekanan oleh gaya-gaya) melalui kabel-kabel baja menuju menara penyangga. Kemudian, gaya tekan tersebut diteruskan oleh menara penyangga ke tanah. Jembatan gantung ini memiliki perbandingan antara kekuatan terhadap berat jembatan yang paling besar, jika dibandingkan dengan jenis jembatan lainnya. Oleh karena itu, jembatan gantung dapat dibuat lebih panjang, seperti Jembatan Akashi-Kaikyo di Jepang yang memiliki panjang rentang antarmenara 1780 m.



Sumber: www.indonesia.com

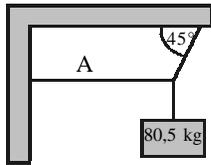
**Gambar 6.31**

Jembatan Ampera yang terdapat di Sumatra Selatan ini menggunakan konstruksi jembatan gantung dengan dua menara.

## Soal Penguasaan Materi 6.3

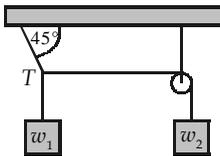
Kerjakanlah dalam buku latihan.

1.



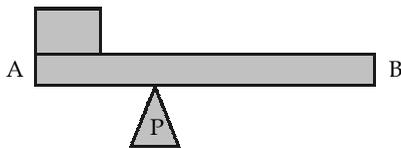
Sebuah balok bermassa 80,5 kg tergantung pada dua utas tali yang bersambungan seperti terlihat pada gambar. Jika percepatan gravitasi Bumi  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , tentukan besarnya tegangan pada tali horizontal A.

2.



Jika gesekan katrol diabaikan dan besar tegangan tali  $T = 10 \text{ newton}$ , tentukan  $w_1$  dan  $w_2$ .

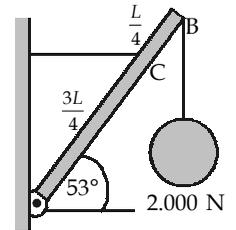
3.



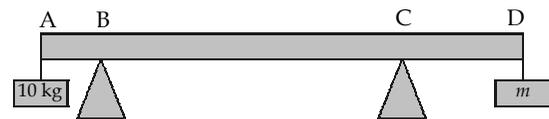
Pada gambar tersebut, batang AB yang homogen dengan sebuah beban di ujung A, seluruhnya dalam keadaan setimbang di atas penumpu P. Diketahui

untuk 1 m panjang AB massanya 1 kg. Jika massa beban A = 2 kg dan terletak 1 meter dari P, tentukanlah panjang PB.

4. Batang AB beratnya 400 N dan engselnya ditempatkan di A. Di titik C, batang AB itu diikatkan pada tembok dengan seutas tali yang massanya diabaikan. Jika sistem setimbang, hitunglah
- tegangan tali;
  - besar gaya engsel, jika diketahui  $\sin 53^\circ = 0,8$ .

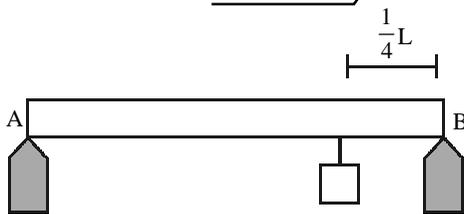


5.



Batang homogen AD panjangnya 8 m dan massanya 80 kg, seperti terlihat pada gambar sedemikian hingga  $AB = 1 \text{ m}$  dan  $BC = 5 \text{ m}$ . Berapa besar massa  $m$  maksimum yang masih dapat digantungkan pada D agar batang AD masih tetap dalam keadaan setimbang?

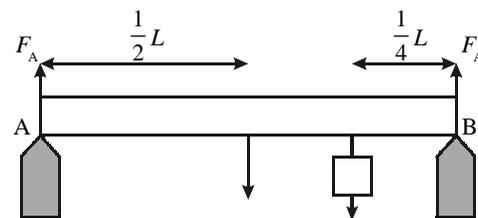
## Pembahasan Soal SPMB



Pada batang homogen seberat 200 N digantungkan beban 440 N dengan panjang  $L$  (lihat gambar). Besar gaya yang dilakukan penyangga pada batang adalah ....

- $F_A = 210 \text{ N}$  ;  $F_B = 330 \text{ N}$
- $F_A = 430 \text{ N}$  ;  $F_B = 210 \text{ N}$
- $F_A = 200 \text{ N}$  ;  $F_B = 440 \text{ N}$
- $F_A = 210 \text{ N}$  ;  $F_B = 430 \text{ N}$
- $F_A = 440 \text{ N}$  ;  $F_B = 200 \text{ N}$

Jawab:



Syarat kesetimbangan di titik A adalah  $\Sigma \tau_A = 0$ .

$$F_A L = 200 \text{ N} \left( \frac{1}{2} L \right) + 440 \text{ N} \left( \frac{3}{4} L \right)$$

$$F_A = 100 \text{ N} + 110 \text{ N}$$

$$F_A = 210 \text{ N}$$

Syarat kesetimbangan di titik B adalah  $\Sigma \tau_B = 0$ .

$$F_B L = 200 \text{ N} \left( \frac{1}{2} L \right) + 440 \text{ N} \left( \frac{3}{4} L \right)$$

$$F_B = 100 \text{ N} + 330 \text{ N}$$

$$F_B = 430 \text{ N}$$

Jawab: d

Soal Fisika UMPTN'89 Rayon C

## Rangkuman

1. **Momen gaya** adalah penyebab terjadinya gerak rotasi.

$$\tau = r \times F$$

2. **Momen inersia** adalah ukuran kecenderungan suatu benda untuk mempertahankan keadaannya terhadap gerak rotasi.

3. Momen inersia partikel,  $I = mr^2$ .

4. Momen inersia kumpulan partikel,  $I = \sum mr^2$ .

5. Momen inersia benda tegar,  $I = \int r^2 dm$ .

6. Momen inersia benda yang sumbu-nya dipindahkan paralel terhadap sumbu yang melalui pusat massa benda,  $I = I_{PM} + md^2$

7. **Momentum sudut** adalah hasil perkalian antara momentum linear benda dengan jarak terhadap sumbu rotasinya.

$$L = r \times p$$

8. Besarnya momentum sudut dirumuskan sebagai

$$L = I\omega$$

9. Hukum Kekekalan Momentum Sudut.

$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

10. Energi kinetik gerak rotasi.

$$EK_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

11. Energi kinetik total (pada benda menggelinding)

$$EK_{\text{tot}} = EK_{\text{trans}} + EK_{\text{rot}}$$

$$EK_{\text{tot}} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

12. **Kopel** dirumuskan sebagai berikut.

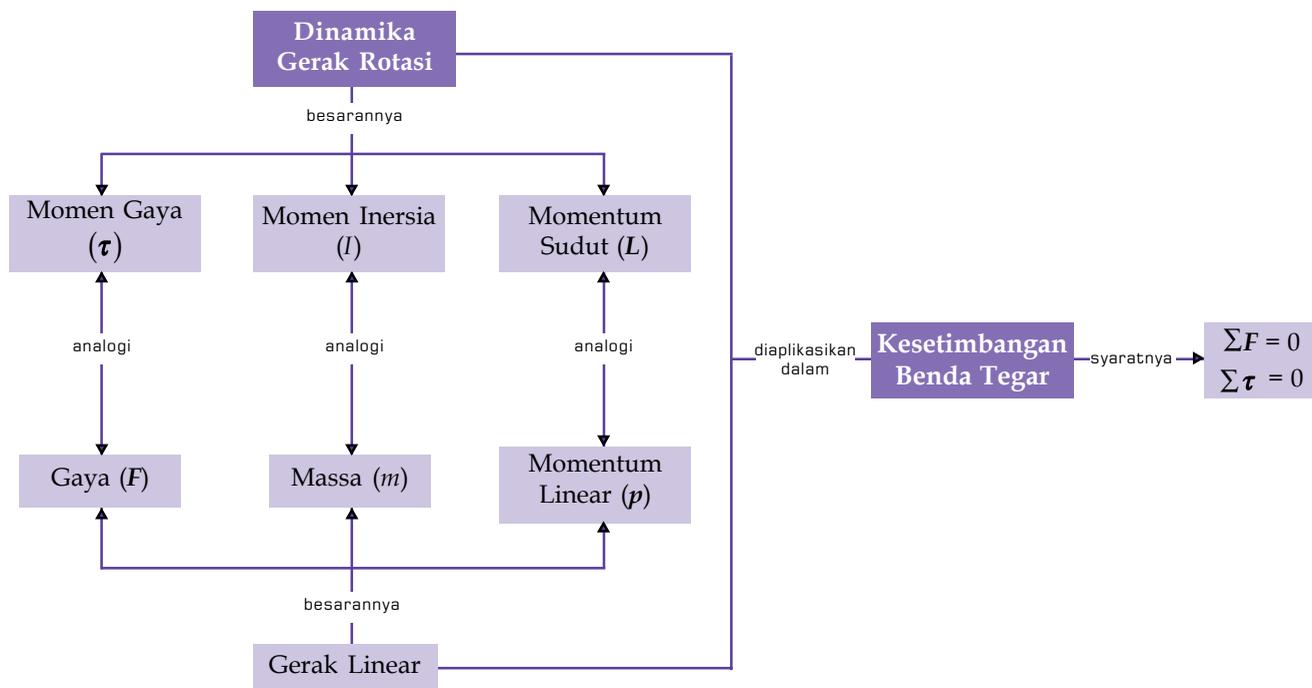
$$M = Fd$$

13. Syarat kesetimbangan benda tegar.

$$\sum F = 0$$

$$\sum \tau = 0$$

## Peta Konsep



## Kaji Diri

Setelah mempelajari bab Gerak Rotasi dan Kesetimbangan Benda Tegar, Anda dapat memformulasikan hubungan antara konsep torsi, momentum sudut, dan momen inersia, berdasarkan Hukum Kedua Newton serta penerapannya dalam masalah benda tegar. Jika Anda belum mampu memformulasikan hubungan antara konsep torsi, momentum sudut, dan momen inersia berdasarkan Hukum Kedua Newton

serta penerapannya dalam masalah benda tegar, Anda belum menguasai materi bab Gerak Rotasi dan Kesetimbangan Benda Tegar dengan baik. Rumuskan materi yang belum Anda pahami, lalu cobalah Anda tuliskan kata-kata kunci tanpa melihat kata kunci yang telah ada dan tuliskan pula rangkuman serta peta konsep berdasarkan versi Anda. Jika perlu, diskusikan dengan teman-teman atau guru Fisika Anda.