



Sumber: [www.apusaction.com.au](http://www.apusaction.com.au)

# B a b 3

## Elastisitas dan Gerak Harmonik

Pada bab ini, Anda akan diajak untuk dapat menganalisis gejala alam dan keteraturannya dalam cakupan mekanika benda titik dengan cara menganalisis pengaruh gaya pada sifat elastisitas bahan dan hubungan gaya dengan gerak getaran.

Pada saat Anda mengendarai motor atau mobil, pernahkah Anda merasakan guncangan ketika motor atau mobil Anda melewati lubang atau jalan yang tidak rata? Setelah kendaraan melewati lubang atau jalan yang tidak rata, kendaraan akan berguncang atau berayun beberapa kali, kemudian kendaraan Anda akan kembali berjalan dengan mulus. Tahukah Anda, mengapa peristiwa tersebut terjadi?

Pada setiap kendaraan, terdapat sebuah sistem pegas elastis yang berguna untuk memperkecil efek guncangan pada kendaraan, yaitu *shockbreaker*. Tahukah Anda bagaimana prinsip kerja *shockbreaker* tersebut? Dalam hal apa sajakah sifat elastis suatu benda diaplikasikan? Bagaimanakah hubungan antara elastisitas benda dengan gerak harmonik?

Agar dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut, pada Bab 3 ini akan dibahas materi tentang elastisitas benda dan gerak harmonik sederhana.

- A. Sifat Elastis Bahan**
- B. Gerak Harmonik Sederhana**

## Soal Pramateri

1. Sebuah karet gelang dikatakan sebagai benda elastis. Apakah yang dimaksud dengan elastis?
2. Adik Tini bermain ayunan. Dalam waktu satu menit, Tini menghitung ayunan adiknya tersebut menempuh 30 kali gerakan bolak-balik. Berapakah frekuensi dan periode ayunan tersebut?

## A Sifat Elastis Bahan

Pada Subbab A ini, Anda akan mempelajari gaya pemulih pada pegas yang memenuhi Hukum Hooke. Anda juga akan mengetahui bahwa gaya pemulih tersebut timbul akibat sifat pegas yang elastis. Bagaimana sifat elastis benda padat secara Fisika? Tahukah Anda, besaran-besaran yang menentukan elastisitas suatu benda? Agar Anda dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut, pelajirlah bahasan materi subbab berikut dengan saksama.

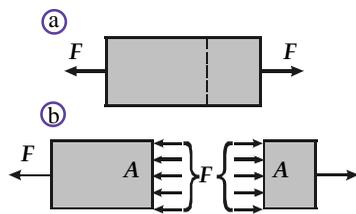
### 1. Sifat Elastis Benda Padat

Sebuah pegas atau per jika ditarik akan bertambah panjang. Jika ditekan, pegas atau per tersebut akan menjadi lebih pendek. Jika pegas atau per tersebut kemudian dilepaskan, pegas atau per akan kembali ke bentuknya semula. Benda yang memiliki sifat seperti pegas atau per disebut *benda elastis*. Jika benda yang terbuat dari plastisin, lilin, atau tanah liat ditekan, setelah gaya tekan dihilangkan, benda-benda tersebut tidak akan kembali ke bentuk semula. Benda seperti ini disebut *benda plastis*.

#### Kerjakanlah

Buatlah daftar benda-benda yang bersifat elastis dan plastis yang Anda ketahui. Kemudian, diskusikanlah bersama teman-teman Anda karakteristik setiap jenis benda. Apakah kesimpulan Anda?

Ada dua pengertian dasar dalam mempelajari sifat elastis benda padat, yaitu tegangan (*stress*) dan regangan (*strain*). Pembahasan mengenai keduanya diuraikan pada bagian berikut.



**Gambar 3.1**

Sebuah batang yang mengalami tegangan.

#### a. Tegangan ( $\sigma$ )

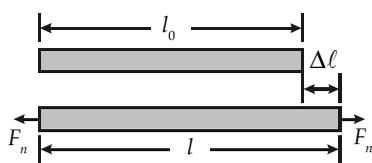
**Gambar 3.1a** memperlihatkan suatu batang yang luasnya  $A$ . Setiap ujung batang tersebut mengalami gaya tarik sebesar  $F$  yang sama besar dan berlawanan arah. Batang itu dikatakan mengalami tegangan. Apabila ditinjau sebuah irisan tegak lurus pada panjang batang (garis putus-putus pada **Gambar 3.1a**), tarikan oleh gaya  $F$  akan tersebar rata pada luas penampang  $A$ , seperti ditunjukkan oleh pada **Gambar 3.1b**. Oleh karena itu, tegangan didefinisikan sebagai perbandingan besar gaya  $F$  terhadap luas penampang bidang  $A$ . Secara matematis dirumuskan:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3-1)$$

dengan:  $F$  = gaya tekan/tarik (N),  
 $A$  = luas penampang yang ditekan/ditarik ( $\text{m}^2$ ), dan  
 $\sigma$  = tegangan/stress ( $\text{N}/\text{m}^2$  atau pascal).

#### b. Regangan ( $\epsilon$ )

Regangan ialah perubahan relatif ukuran atau bentuk benda yang mengalami tegangan. **Gambar 3.2** memperlihatkan sebuah batang yang mengalami regangan akibat gaya tarik  $F$ . Panjang batang mula-mula adalah  $\ell_0$ . Setelah mendapat gaya tarik sebesar  $F$ , batang tersebut berubah panjangnya menjadi  $\ell$ . Dengan demikian, batang tersebut mendapatkan pertambahan panjang sebesar  $\Delta\ell$ , dengan  $\Delta\ell = \ell - \ell_0$ . Oleh karena itu, regangan didefinisikan sebagai perbandingan antara pertambahan panjang benda dan panjang benda mula-mula. Secara matematis dirumuskan:



**Gambar 3.2**

Regangan sebuah batang sepanjang  $\ell$  adalah  $\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$ .

$$e = \frac{\Delta \ell}{\ell_0} \quad (3-2)$$

dengan:  $\Delta \ell$  = pertambahan panjang (m),  
 $\ell_0$  = panjang mula-mula (m), dan  
 $e$  = regangan (tidak bersatuan).

## 2. Modulus Elastisitas

Tegangan yang diperlukan untuk menghasilkan suatu regangan tertentu bergantung pada sifat bahan dari benda yang mendapat tegangan tersebut.

Menurut Hooke, perbandingan antara tegangan dan regangan suatu benda disebut modulus Young atau modulus elastisitas benda tersebut. Secara matematis, modulus elastisitas dirumuskan sebagai berikut.

$$E = \frac{\sigma}{e} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta \ell}{\ell}}$$

$$E = \frac{F \ell}{A \Delta \ell} \quad (3-3)$$

dengan satuan  $E$  dalam  $\text{N/m}^2$ .

Menurut Hukum Hooke (bahasan mengenai Hukum Hooke ini akan Anda pelajari lebih rinci pada subbab B), gaya pemulih pada pegas yang berada di dalam batas elastisnya akan selalu memenuhi persamaan berikut.

$$F = -k \Delta \ell \quad (3-4)$$

dengan:  $k$  = tetapan pegas ( $\text{N/m}$ ),  
 $\Delta \ell$  = pertambahan panjang pegas (m), dan  
 $F$  = gaya yang bekerja pada pegas (N).

Tanda minus (-) **Persamaan (3-4)** menyatakan arah gaya pemulih yang selalu berlawanan dengan pertambahan panjang pegas. Dari **Persamaan (3-3)**,

diperoleh  $F = \left( \frac{EA}{\ell} \right) \Delta \ell$ . Oleh karena  $F = k \Delta \ell$ , hubungan antara tetapan pegas dan modulus Young/modulus elastisitas dapat dituliskan sebagai

$$k = \frac{EA}{\ell} \quad (3-5)$$

**Tabel 3.1** Modulus Elastisitas (Harga Pendekatan)

Bahan	Modulus Young ( )
Aluminium	$0,7 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Kuningan	$0,91 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Tembaga	$1,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Gelas	$0,55 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Besi	$0,91 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Timah	$0,16 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Nikel	$2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Baja	$2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Tungsten	$3,6 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

Sumber: ollege hysics, 1983

### Kata Kunci

- Tegangan
- Regangan
- Modulus elastisitas



### Contoh 3.1

Sebuah kawat logam dengan diameter 1,25 mm dan panjangnya 80 cm digantungi beban bermassa 10 kg. Ternyata kawat tersebut bertambah panjang 0,51 mm. Tentukan:

- tegangan (*stress*),
- regangan (*strain*), dan
- modulus Young zat yang membentuk kawat.

#### Jawab

Diketahui:  $d = 1,25 \text{ mm}$ ,  $\ell = 80 \text{ cm}$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ , dan  $\Delta\ell = 0,51 \text{ mm}$ .

$$\text{a. Tegangan } (\sigma) = \frac{F}{A} = \frac{mg}{\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{(10 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2)}{\left(\frac{1}{4}\right)(3,14)(1,25 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 8,13 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$\text{b. Regangan } (e) = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{5,1 \times 10^{-4} \text{ m}}{0,8 \text{ m}} = 6,375 \times 10^{-4}$$

$$\text{c. Modulus Young } (E) = \frac{\sigma}{e} = \frac{8,13 \times 10^7 \text{ N/m}^2}{6,375 \times 10^{-4}} = 1,28 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

### Contoh 3.2

Sebuah silinder yang terbuat dari baja panjangnya 10 m dan jari-jari 2 cm. Jika modulus elastisitas baja tersebut  $2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ , berapakah tetapan gaya baja tersebut?

#### Jawab

Diketahui:  $\ell = 10 \text{ m}$ ,  $r = 2 \text{ cm}$ , dan  $t = 2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

$$k = \frac{EA}{\ell} = \frac{E\pi r^2}{\ell} = \frac{(2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2)(3,14)(2 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{10 \text{ m}} = 2,52 \times 10^9 \text{ N/m}$$

## Soal Penguasaan Materi 3.1

Kerjakanlah di dalam buku latihan Anda.

- Sebuah kawat besi dengan jari-jari 1,25 mm dan panjang 20 cm digantungi beban bermassa 200 kg. Jika modulus Young besi adalah  $1,9 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ , tentukanlah:
  - tegangan (*stress*)
  - tetapan gaya kawat besi,
  - pertambahan panjang kawat, dan
  - regangan (*strain*).
- Kawat aluminium dengan ukuran  $2,5 \text{ m} \times 1 \text{ cm} \times 1,5 \text{ mm}$  digantungkan dan diberi beban 50 kg. Ternyata, kawat tersebut panjangnya berubah menjadi 2,5012 m. Tentukan:
  - tegangan (*stress*),
  - regangan (*strain*),
  - modulus Young kawat, dan
  - tetapan gaya aluminium.

## B Gerak Harmonik Sederhana

Jika suatu benda bergerak bolak-balik terhadap titik tertentu, gerak benda itu disebut bergetar. Pada subbab ini Anda akan mempelajari jenis getaran yang dinamakan gerak harmonik sederhana. Contoh gerak seperti ini, antara lain gerak benda yang digantungkan pada suatu pegas dan gerak ayunan bandul yang amplitudonya kecil.

Pada gerak harmonik sederhana, benda akan selalu bergerak bolak-balik di sekitar titik kesetimbangannya secara terus-menerus. Dengan demikian, definisi gerak harmonik sederhana adalah gerak bolak-balik benda melalui suatu titik kesetimbangan tertentu dengan banyaknya getaran benda dalam setiap sekon selalu konstan.

### 1. Gaya Pemulih

Gaya pemulih dimiliki oleh setiap benda elastis yang terkena gaya sehingga benda elastis tersebut berubah bentuk. Gaya yang timbul pada benda elastis untuk menarik kembali benda yang melekat padanya disebut gaya pemulih. Akibat gaya pemulih tersebut, benda akan melakukan gerak harmonik sederhana. Dengan demikian, pada benda yang melakukan gerak harmonik sederhana bekerja gaya pemulih yang selalu mengarah pada titik kesetimbangan benda.

#### a. Gaya Pemulih pada Pegas

Pegas adalah salah satu contoh benda elastis. Oleh karena sifat elastisnya ini, suatu pegas yang diberi gaya tekan atau gaya regang akan kembali ke keadaan setimbangnya mula-mula apabila gaya yang bekerja padanya dihilangkan. Gaya yang timbul pada pegas untuk mengembalikan posisinya ke keadaan setimbang disebut gaya pemulih pada pegas.

Gaya pemulih pada pegas banyak dimanfaatkan dalam bidang teknik dan kehidupan sehari-hari. Misalnya, pada *shockbreaker* kendaraan dan *springbed*. Di dalam *shockbreaker* terdapat sebuah pegas yang berfungsi meredam getaran saat roda kendaraan melewati jalanan yang tidak rata. Dengan demikian, kendaraan dapat dikendarai dengan nyaman. Demikian juga dengan *springbed*. Pegas-pegas yang tersusun di dalam *springbed* akan memberikan kenyamanan saat Anda tidur di atasnya. Bagaimanakah sifat-sifat gaya pemulih pada pegas ini apabila diuraikan secara Fisika? Agar Anda dapat memahaminya, pelajarilah bahasan materi pada subbab ini.



Sumber: home.tiscali.nl



Sumber: www.roadandtravel.com

## Jelajah Fisika

### Robert Hooke



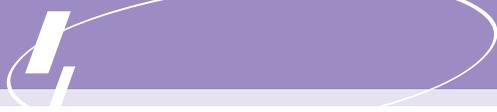
Sumber: www.eit.or.th

Hooke lahir di Freshwater Kepulauan Wight, Inggris. Ia banyak melakukan percobaan mengenai sifat elastis benda. Salah satu teorinya yang terkenal adalah Hukum Hooke yang menjadi dasar teori elastisitas. Ia juga terkenal sebagai pembuat alat/ mesin sehingga namanya diabadikan sebagai nama sebuah versi mikroskop. Bukunya yang terkenal adalah *Micrographia*.

Sumber: www.all\_iographies.com

### Gambar 3.3

Penggunaan sifat elastis pegas pada *spring bed* dan *shock reaker* roda kendaraan.



## 1) Hukum Hooke

Jika gaya yang bekerja pada sebuah pegas dihilangkan, pegas tersebut akan kembali ke keadaannya semula. Ilmuwan yang pertama-tama meneliti tentang ini adalah **Robert Hooke**. Melalui percobaannya, Hooke menyimpulkan bahwa sifat elastis pegas tersebut ada batasnya dan besar gaya pegas sebanding dengan pertambahan panjang pegas. Agar Anda dapat memahami percobaan yang dilakukan Hooke dengan baik, lakukanlah kegiatan **Mahir Meneliti 3.1**. berikut secara berkelompok.

### Mahir Meneliti

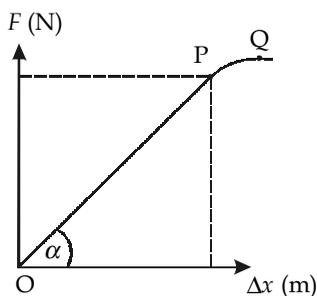
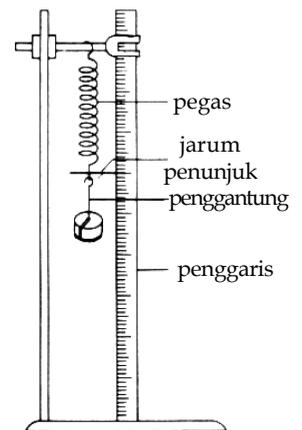
#### Mengukur Pertambahan Panjang Pegas

##### Alat dan Bahan

1. Satu pegas dengan jarum penunjuk di ujungnya
2. Lima beban masing-masing 50 gram
3. Statif
4. Penggantung beban
5. Penggaris atau skala pengukur

##### Prosedur

1. Susunlah alat-alat percobaan seperti pada gambar.
2. Catatlah skala yang ditunjukkan oleh jarum penunjuk saat pegas digantung tanpa beban.
3. Gantungkanlah beban 1 pada pegas, kemudian catat skala yang ditunjukkan oleh jarum penunjuk.
4. Ulangi langkah ke-3 dengan menambahkan beban 2, beban 3, beban 4, dan beban 5.
5. Tuliskanlah hasil pencatatan skala yang ditunjukkan oleh jarum penunjuk ke dalam tabel.
6. Kurangilah beban dari pegas satu per satu, kemudian tuliskan nilai skala yang ditunjukkan oleh jarum penunjuk ke dalam tabel.
7. Hitunglah skala penunjukan rata-rata untuk setiap berat beban dan pertambahan panjang pegas yang dihasilkannya.
8. Plot grafik pertambahan panjang pegas terhadap berat beban.
9. Diskusikan hasil percobaan Anda kemudian laporkan kepada guru.



**Gambar 3.4**

Grafik hubungan antara gaya dan pertambahan panjang pegas.

Berat Beban (gram)	Penambahan Skala (cm)		Pembacaan Skala Rata-Rata	Pertambahan Panjang Pegas (cm)
	Penambahan Beban	Pengurangan Beban		
.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....

Dari percobaan tersebut, Anda dapat menyimpulkan bahwa suatu pegas apabila ditarik dengan gaya tertentu di daerah yang berada dalam batas kelentingannya akan bertambah panjang sebesar  $\Delta x$ . Dari hasil percobaan, juga didapatkan bahwa besar gaya pegas pemulih sebanding dengan pertambahan panjang pegas ( $\Delta x$ ). Secara matematis, pernyataan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$F = -k \Delta x \quad (3-6)$$

dengan  $k$  = tetapan pegas (N/m).

**Persamaan (3-6)** ini dikenal sebagai Hukum Hooke. Tanda negatif (-) diberikan karena arah gaya pemulih pada pegas selalu berlawanan dengan arah gerak pegas tersebut. Perhatikanlah grafik hubungan antara  $F$  dan  $\Delta x$  pada **Gambar 3.4**. Dari titik O sampai dengan titik P, grafik  $F-\Delta x$  berbentuk garis lurus. Dalam batasan ini, pertambahan panjang pegas linear dan titik P disebut sebagai batas linearitas pegas. Dari titik P sampai dengan titik Q, pertambahan panjang pegas tidak linear sehingga  $F$  tidak sebanding dengan  $\Delta x$ . Namun sampai titik Q ini pegas masih bersifat elastis. Di atas batas elastis ini terdapat daerah tidak elastis (plastis). Pada daerah ini, pegas dapat putus atau tidak kembali ke bentuknya semula, walaupun gaya yang bekerja pada pegas itu dihilangkan. Hukum Hooke hanya berlaku sampai batas linearitas pegas.

Dari grafik  $F-\Delta x$  pada **Gambar 3.4** juga dapat ditentukan tetapan pegas ( $k$ ) pada batas linearitas pegas, yaitu

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \tan \alpha = \text{kemiringan grafik } F(-\Delta x) \quad (3-7)$$

### Contoh 3.3

Benda bermassa 4,5 kg digantungkan pada pegas sehingga pegas itu bertambah panjang sebesar 9 cm. Berapakah tetapan pegas tersebut?

**Jawab**

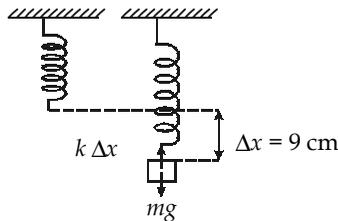
Diketahui:  $m = 4,5 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , dan  $\Delta x = 9 \text{ cm}$ .

$$F = k \Delta x$$

$$mg = k \Delta x$$

$$(4,5 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = (k)(0,09 \text{ m})$$

$$k = \frac{45 \text{ kg}}{0,09 \text{ m}} = 500 \text{ N/m}$$



### Contoh 3.4

Sebuah pegas yang digantungkan vertikal panjangnya 10 cm. Jika pegas diberi beban 1,2 kg, pegas akan bertambah panjang menjadi 19 cm. Berapakah panjang pegas tersebut jika diberi beban 1 kg?

**Jawab**

Diketahui:  $x_1 = 10 \text{ cm}$ ,  $m_1 = 1,2 \text{ kg}$ ,  $x_2 = 19 \text{ cm}$ , dan  $m_2 = 1 \text{ kg}$ .

$$mg = k \Delta x \rightarrow m \propto \Delta x$$

Massa beban ( $m$ ) berbanding lurus dengan pertambahan panjang ( $\Delta x$ ) sehingga diperoleh persamaan

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \rightarrow \frac{1,2 \text{ kg}}{1 \text{ kg}} = \frac{(19-10) \text{ cm}}{(x-10) \text{ cm}}$$

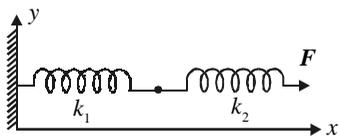
$$x = 17,5 \text{ cm.}$$

### Kata Kunci

- Hukum Hooke
- Gaya pegas
- Konstanta pegas

## 2) Susunan Pegas

Konstanta pegas dapat berubah nilainya, apabila pegas-pegas tersebut disusun menjadi rangkaian. Hal ini diperlukan, jika Anda ingin mendapatkan suatu nilai konstanta pegas untuk tujuan praktis tertentu, misalnya dalam merancang pegas yang digunakan sebagai *shockbreaker*. Besar konstanta total rangkaian pegas bergantung pada jenis rangkaian pegas, yaitu rangkaian pegas seri atau rangkaian pegas paralel.



**Gambar 3.5**

Rangkaian pegas seri dengan konstanta masing-masing  $k_1$  dan  $k_2$ .

### a) Seri/Deret

Perhatikanlah **Gambar 3.5**. Gaya yang bekerja pada setiap pegas adalah sebesar  $F$ . Dengan demikian, setiap pegas akan mengalami pertambahan panjang sebesar  $\Delta x_1$  dan  $\Delta x_2$ . Pertambahan panjang total kedua pegas adalah  $\Delta x_{\text{total}} = \Delta x_1 + \Delta x_2$ . Menurut Hukum Hooke, konstanta pegas total rangkaian pegas yang di susun seri tersebut adalah

$$\Delta x_{\text{total}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}, \text{ kedua arus dibagi dengan } F,$$

$$\frac{\Delta x_{\text{total}}}{F} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{k_{\text{total}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} \quad (3-8)$$

Secara umum, konstanta total pegas yang disusun seri dinyatakan dengan persamaan

$$\boxed{\frac{1}{k_{\text{total}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n}} \quad (3-9)$$

dengan  $k_n$  = konstanta pegas ke-n.

### b) Paralel

**Gambar 3.6** menunjukkan dua pegas yang dirangkai secara paralel. Jika rangkaian pegas itu ditarik dengan gaya sebesar  $F$ , setiap pegas akan mengalami gaya tarik sebesar  $F_1$  dan  $F_2$ , dengan  $F_{\text{total}} = F_1 + F_2$ . Setiap pegas juga akan mendapat pertambahan panjang sebesar  $\Delta x_1$  dan  $\Delta x_2$ . Oleh karena  $\Delta x_1$  dan  $\Delta x_2$ , konstanta pegas total untuk rangkaian pegas paralel menurut Hukum Hooke adalah

$$F_{\text{total}} = F_1 + F_2$$

$$F_{\text{total}} = \Delta x (k_1 + k_2)$$

$$\frac{F_{\text{total}}}{\Delta x} = k_1 + k_2$$

$$\boxed{k_{\text{tot}} = k_1 + k_2} \quad (3-10)$$

Secara umum, konstanta total pegas yang dirangkai paralel dinyatakan dengan persamaan

$$\boxed{k_{\text{total}} = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n} \quad (3-11)$$

dengan  $k_n$  = konstanta pegas ke-n.

### Contoh 3.5

Dua pegas identik memiliki tetapan pegas 600 N/m. Tentukanlah konstanta sistem pegas jika:

- disusun seri
- disusun paralel

#### Jawab

Diketahui:  $k_1 = k_2 = 600 \text{ N/m}$ .

$$\text{a. } \frac{1}{k_{\text{seri}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{600} \text{ N/m} + \frac{1}{600} \text{ N/m} = \frac{2}{600} \text{ N/m} \rightarrow k_{\text{seri}} = 300 \text{ N/m}$$

$$\text{b. } k_{\text{paralel}} = k_1 + k_2 = 600 \text{ N/m} + 600 \text{ N/m} = 1.200 \text{ N/m}$$

### Contoh 3.6

Perhatikanlah gambar sistem pegas di samping ini. Jika  $k_1 = k_2 = 600 \text{ N/m}$ ,  $k_3 = 1.200 \text{ N/m}$ , dan  $m = 3 \text{ kg}$ , tentukanlah:

- tetapan sistem pegas, dan
- pertambahan panjang sistem pegas.

**Jawab**

Diketahui:  $k_1 = k_2 = 600 \text{ N/m}$ ,  $k_3 = 1.200 \text{ N/m}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , dan  $m = 3 \text{ kg}$ .

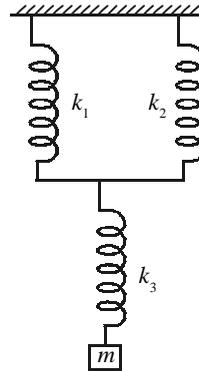
a.  $k_{\text{paralel}} = 600 \text{ N/m} + 600 \text{ N/m} = 1.200 \text{ N/m}$

$$\frac{1}{k_{\text{tot}}} = \frac{1}{1.200} \text{ N/m} + \frac{1}{1.200} \text{ N/m} = \frac{2}{200} \text{ N/m} \rightarrow k_{\text{tot}} = 600 \text{ N/m}$$

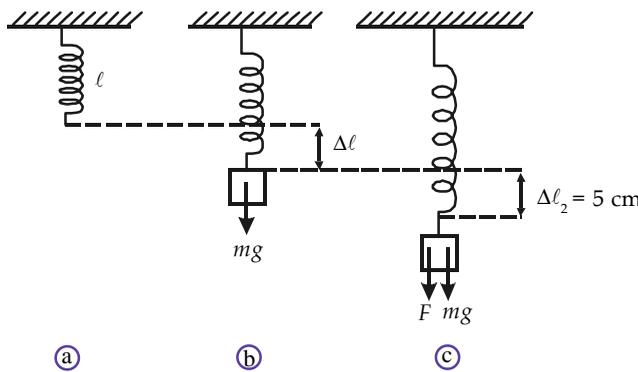
b.  $mg = k \Delta x$

$$(3 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = (600 \text{ N/m}) \Delta x$$

$$\Delta x = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$



Perhatikanlah ilustrasi gerakan pegas dan gaya pemulihnya yang diperlihatkan pada Gambar 3.7.



**Gambar 3.7**

- Sebuah pegas digantung tanpa beban.
- Pegas digantung dengan beban sehingga panjang pegas bertambah sebesar  $\Delta \ell_1$ .
- Pegas digantung dengan beban dan ditarik gaya sehingga bertambah panjang sebesar  $\Delta \ell_2$ .

Gambar tersebut memperlihatkan suatu pegas yang konstanta pegasnya  $k$  dan panjangnya saat belum digantungi beban adalah  $\ell$ . Setelah benda bermassa  $m$  digantungkan pada pegas, seperti pada Gambar 3.7b, pegas bertambah panjang sebesar  $\Delta \ell$  dan berada dalam keadaan setimbang. Gaya pemulih yang timbul pada pegas sama dengan berat benda,  $mg$ . Apabila pegas yang digantungi beban itu ditarik ke bawah dengan gaya sebesar  $F$ , pegas bertambah panjang sebesar  $\Delta \ell_2$ , seperti terlihat pada Gambar 3.7c. Pada saat ini, gaya pemulih pada pegas memenuhi hubungan sesuai Hukum Hooke  $F = -k \Delta \ell$  dengan  $\Delta \ell = \Delta \ell_2$ .

### Contoh 3.7

Pegas yang tergantung tanpa beban panjangnya 25 cm. Kemudian, ujung bawah pegas digantungi beban 100 gram sehingga panjang pegas menjadi 30 cm. Jika beban ditarik ke bawah sejauh 4 cm dan percepatan gravitasi Bumi  $10 \text{ m/s}^2$ , tentukan gaya pemulih pada pegas itu.



**Jawab**

Perhatikanlah gambar.

Diketahui:  $y = 25 \text{ cm}$ ,  $y_1 = 30 \text{ cm}$ ,  $y_2 = 4 \text{ cm}$ ,  $m = 100 \text{ g}$ , dan  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Pada posisi gambar (b):

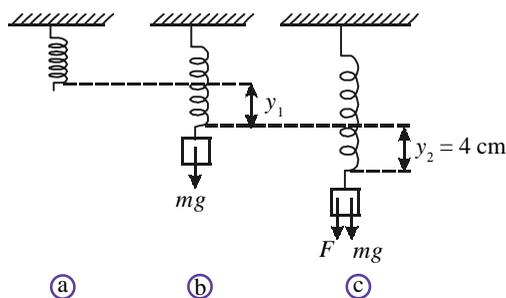
$$mg = ky_1$$

$$(0,1 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = k(0,05 \text{ m})$$

$$k = 20 \text{ N/m}$$

Pada posisi gambar (c):

$$F = ky_2 = (20 \text{ N/m})(0,04 \text{ m}) = 0,8 \text{ N}$$



**b. Gaya Pemulih pada Ayunan Matematis**

Ayunan matematis atau ayunan sederhana merupakan suatu partikel massa yang tergantung pada suatu titik tetap pada seutas tali, di mana massa tali dapat diabaikan dan tali tidak dapat bertambah panjang. Contoh ayunan matematis ini adalah jam bandul.

Perhatikanlah **Gambar 3.8**. Sebuah beban bermassa  $m$  tergantung pada seutas kawat halus kaku sepanjang  $\ell$  dan massanya dapat diabaikan. Apabila bandul itu bergerak vertikal dengan membentuk sudut  $\theta$ , seperti terlihat pada **Gambar 3.8b**, gaya pemulih bandul tersebut ialah  $mg \sin \theta$ . Secara matematis dapat dituliskan

$$F = -mg \sin \theta \tag{3-12}$$

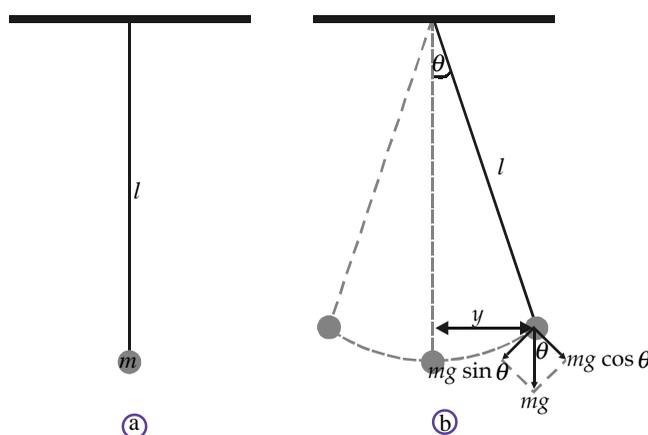
Oleh karena  $\sin \theta = \frac{y}{\ell}$ , **Persamaan (3-12)** dapat dituliskan sebagai berikut.

$$F = -mg \left( \frac{y}{\ell} \right)$$

**Gambar 3.8**

- (a) Sebuah bandul digantungkan pada kawat halus sepanjang  $\ell$ .
- (b) Kemudian, bandul disimpangkan sejauh  $\theta$  sehingga gaya pemulih bandul adalah

$$F = -mg \sin \theta = -mg \left( \frac{y}{\ell} \right)$$



**Contoh 3.8**

Sebuah ayunan sederhana memiliki panjang tali = 40 cm dengan beban = 100 gram. Tentukanlah besar gaya pemulihnya jika benda disimpangkan sejauh 4 cm dan percepatan gravitasi di tempat itu = 10 m/s<sup>2</sup>.

**Jawab**

Diketahui:  $\ell = 40 \text{ cm}$ ,  $m = 100 \text{ g}$ ,  $y = 4 \text{ cm}$ , dan  $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$\text{Besar gaya pemulih pada ayunan adalah } F = mg \sin \theta = mg \left( \frac{y}{\ell} \right)$$

$$= (0,1 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) \left( \frac{4 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} \right) = 0,1 \text{ N.}$$

### Contoh 3.9

Sebuah ayunan sederhana mempunyai panjang tali 30 cm dengan beban 200 gram. Berapa jauh benda harus disimpangkan agar besar gaya pemulihnya 0,4 N?

**Jawab**

Diketahui:  $\ell = 30 \text{ cm}$ ,  $m = 200 \text{ g}$ , dan  $F = 0,4 \text{ N}$ .

Besar gaya pemulih pada ayunan adalah

$$F = mg \sin \theta = mg \left( \frac{y}{\ell} \right)$$

$$0,4 \text{ N} = (0,2 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) \left( \frac{y}{0,3} \right) \text{ m} \rightarrow 0,4 \text{ N} = \frac{2y}{0,3} \text{ m}$$

$$y = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}.$$

## 2. Persamaan Gerak Harmonik Sederhana

### a. Persamaan Simpangan Gerak Harmonik Sederhana

Persamaan gerak harmonik sederhana didapatkan dari proyeksi gerak melingkar beraturan pada sumbu- $x$  atau sumbu- $y$ . Perhatikanlah **Gambar 3.9** yang memperlihatkan sebuah kereta mainan sedang bergerak melingkar di jalurnya. Dalam hal ini, kereta mainan tersebut bergerak melingkar beraturan dan bayangan kereta mainan yang terbentuk akibat cahaya lampu yang diarahkan padanya akan bergerak bolak-balik.

Perhatikanlah **Gambar 3.10**. Apabila kereta mainan itu diumpamakan sebagai titik P yang bergerak melingkar beraturan dengan kecepatan tetap  $v_0$  dan jari-jari lingkaran  $R = x_0$ , titik P tersebut akan bergerak bolak-balik di antara  $+x_0$  dan  $-x_0$ . Posisi titik P menurut sumbu- $x$  dinyatakan sebagai

$$x = x_0 \cos \theta \quad (3-13)$$

Di kelas X, Anda telah mempelajari bahwa periode ( $T$ ) adalah waktu yang dibutuhkan untuk melakukan satu putaran penuh. Oleh karena  $\theta = 2\pi$  maka waktu yang dibutuhkan oleh titik P untuk bergerak dari titik  $+x_0$  hingga ke posisinya digambar adalah

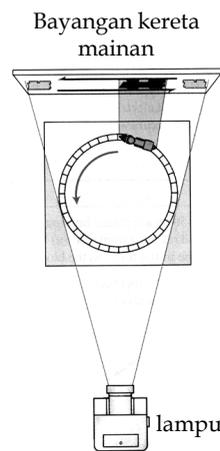
$$t = \left( \frac{\theta}{2\pi} \right) T \quad (3-14)$$

Dengan demikian, hubungan antara sudut dan waktu dapat juga dituliskan sebagai

$$\theta = \left( \frac{2\pi}{T} \right) t \quad (3-15)$$

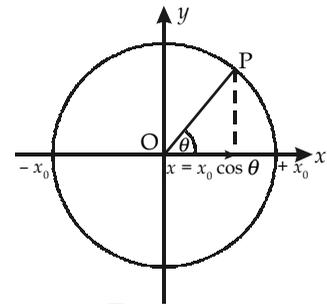
Apabila **Persamaan (3-15)** disubstitusikan ke **Persamaan (3-14)** didapatkan

$$x = x_0 \cos \theta = x_0 \cos \left( \frac{2\pi}{T} \right) t \quad (3-16)$$



**Gambar 3.9**

Rangkaian alat sederhana yang memperlihatkan hubungan antara GMB dan gerak harmonik sederhana. Saat kereta mainan bergerak di jalur melingkar dengan kecepatan tetap, bayangannya akan bergerak harmonik sederhana.



**Gambar 3.10**

Proyeksi titik P yang bergerak melingkar beraturan pada sumbu- $x$  adalah  $x_0 \cos \theta$ .



Anda telah mengetahui bahwa frekuensi berbanding terbalik dengan periode ( $f = \frac{1}{T}$ ). Dengan demikian, **Persamaan (3-16)** dapat ditulis sebagai

$$x = x_0 \cos 2\pi ft \quad (3-17)$$

Oleh karena  $\frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \omega$  (kecepatan sudut), **Persamaan (3-16)** dan **Persamaan (3-17)** dapat dituliskan

$$x = x_0 \cos \omega t \quad (3-18)$$

dengan:  $x$  = simpangan getaran benda (m),

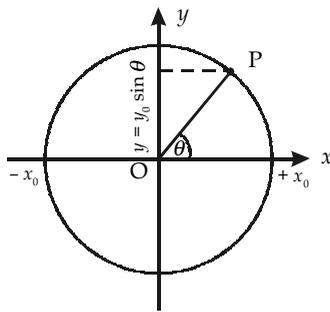
$x_0$  = jari-jari lingkaran atau amplitudo atau simpangan terjauh getaran benda (m),

$\omega$  = kecepatan sudut (rad/s), dan

$t$  = waktu getar (sekon).

Persamaan-persamaan yang telah diuraikan, yaitu **Persamaan (3-13)** sampai **Persamaan (3-18)** menyatakan gerak melingkar benda yang diproyeksikan terhadap sumbu- $x$ . Apabila gerak melingkar benda diproyeksikan menurut sumbu- $y$ , persamaan posisi benda dinyatakan sebagai  $y = y_0 \sin \theta$  sehingga diperoleh persamaan simpangan gerak harmonik sederhana

$$y = y_0 \sin \omega t \quad (3-19)$$



**Gambar 3.11**

Proyeksi titik P terhadap sumbu- $y$  adalah  $y = y_0 \sin \theta$

**Gambar 3.11** memperlihatkan hubungan antara simpangan ( $y$ ) terhadap waktu ( $t$ ) dari persamaan simpangan  $y = A \sin \omega t$ . Dari grafik tersebut dapat diketahui bahwa nilai simpangan ( $y_{\text{maks}} = A$ , yaitu amplitudo simpangan tersebut.

### b. Persamaan Kecepatan Gerak Harmonik

Anda telah mempelajari bahwa kecepatan adalah turunan pertama dari fungsi posisi. Hal ini juga dalam gerak harmonik. Kecepatan gerak harmonik. Secara matematis, dituliskan sebagai berikut.

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} (A \sin \omega t)$$

$$v = A \omega \cos \omega t \quad (3-20)$$

dengan:  $A$  = amplitudo/simpangan maksimum getaran (m),

$\omega$  = kecepatan sudut (rad/s), dan

$t$  = waktu getar (sekon).

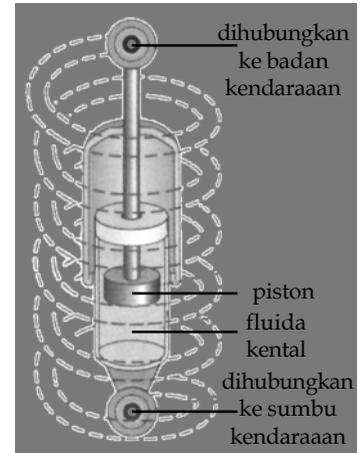
Apabila persamaan simpangan gerak harmonik dinyatakan dalam arah sumbu- $x$ , persamaan kecepatan gerak harmoniknya adalah

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (A \cos \omega t)$$

$$v = -A \omega \sin \omega t \quad (3-21)$$

Nilai kecepatan maksimum untuk **Persamaan (3-20)** dan **(3-21)** diperoleh saat nilai  $\cos \omega t$  atau  $\sin \omega t = 1$  sehingga didapatkan nilai kecepatan maksimum gerak harmonik adalah

$$v_{\text{maks}} = A \omega \quad (3-22)$$



Pegas dan fluida kental yang terdapat pada shock reaker kendaraan menimbulkan efek redaman terhadap gerak harmonik yang terjadi saat kendaraan berguncang. Redaman ini dibutuhkan agar kendaraan tidak berosilasi selamanya.

**Sumber:** physics for Scientists and Engineers with modern physics, 2000

Oleh karena  $\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$  dan  $A^2 \cos^2 \omega t = A^2 - A^2 \sin^2 \omega t$ , kecepatan getar dapat juga dihitung dengan rumus lain, yaitu

$v = \frac{dy}{dt} = \omega A \cos \omega t = \sqrt{A^2 - A^2 \sin^2 \omega t} = \sqrt{A^2 - y^2}$  sehingga diperoleh:

$$v = \omega \sqrt{A^2 - y^2} \quad (3-23)$$

### c. Persamaan Percepatan Gerak Harmonik

Persamaan percepatan gerak harmonik dapat ditentukan dari turunan pertama persamaan kecepatan gerak harmonik terhadap waktu. Secara matematis, penulisannya adalah sebagai berikut.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (A \omega \cos \omega t)$$

$$a = -A \omega^2 \sin \omega t \quad (3-24)$$

Oleh karena  $A \sin \omega t = y$ , persamaan percepatan gerak harmonik dapat dituliskan menjadi

$$a = -\omega^2 y \quad (3-25)$$

Nilai percepatan maksimum untuk **Persamaan (3-24)** diperoleh saat  $\sin \omega t = 1$  sehingga nilai percepatan maksimum gerak harmonik dinyatakan sebagai

$$a_{\text{maks}} = -A \omega^2 \quad (3-26)$$

Tanda negatif (-) pada persamaan percepatan gerak harmonik menunjukkan bahwa arah percepatan gerak selalu menuju ke titik kesetimbangannya, yaitu  $y = 0$ .

### Contoh 3.10

Sebuah titik materi melakukan gerak harmonik dengan amplitudo 5 cm. Berapakah simpangannya pada saat sudutnya  $30^\circ$ ?

**Jawab**

Diketahui:  $A = 5$  cm dan  $\theta = 30^\circ$ .

$$y = A \sin \omega t = 5 \sin 30^\circ = (5 \text{ cm}) \left( \frac{1}{2} \right) = 2,5 \text{ cm.}$$

### Contoh 3.11

Sebuah benda bermassa 2 gram digetarkan menurut persamaan  $y = 0,05 \sin 300t$  (semua satuan dalam SI). Tentukan kecepatan dan percepatan benda pada saat  $t = 0,6$  s.

**Jawab**

Diketahui:  $m = 2$  g,  $y = 0,05 \sin 300t$ , dan  $t = 0,6$  s.

$$\text{Kecepatan: } v = \frac{dy}{dt} = \omega A \cos \omega t = (300)(0,05)(\cos 300)(0,6) = 15 \cos 180^\circ = -15 \text{ m/s.}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \omega^2 A \sin \omega t = (300)^2(0,05)(\sin 300)(0,6) = (300)^2(0,05) \sin 180^\circ = 0.$$



## Jelajah Fisika

### Jam Pendulum



Sumber: www.rusticwood.com

Pendulum yang terdapat pada jam merupakan salah satu contoh gerak harmonik. Ayunan matematis pendulum tersebut berfungsi untuk mengatur gerak jarum jam. Anda pun dapat merancang jam pendulum Anda sendiri dengan memanfaatkan bahan-bahan yang terdapat di sekitar lingkungan Anda dan memahami konsep gerak harmonik sederhana ini.

### Contoh 3.12

Sebuah partikel bergetar harmonik dengan periode 5 sekon dan amplitudo 7,5 cm. Berapakah kelajuan partikel pada saat berada 4,5 cm dari titik setimbangnya?

**Jawab**

Diketahui:  $T = 5$  sekon,  $A = 7,5$  cm, dan  $y = 4,5$  cm.

$$v = \omega \sqrt{A^2 - y^2} = (2\pi \text{ rad/s}) \sqrt{7,5^2 \text{ cm} - 4,5^2 \text{ cm}} = 12\pi \text{ cm/s}$$

### Contoh 3.13

Sebuah titik melakukan gerak harmonik sederhana dengan periode  $T = 60$  ms. Berapakah waktu minimum yang diperlukan titik agar simpangannya sama dengan setengah amplitudonya?

**Jawab**

Diketahui  $T = 60$  ms.

Gunakan persamaan simpangan untuk menentukan waktu  $t$  agar  $y = \frac{1}{2} A$ .

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T} t \rightarrow \frac{1}{2} A = A \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

Harga  $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$  sehingga

$$\sin (360^\circ) \left( \frac{t}{T} \right) = \frac{1}{2} \text{ atau } (360^\circ) \left( \frac{t}{T} \right) = 30^\circ \Rightarrow t = \left( \frac{30^\circ}{360^\circ} \right) (T) = \left( \frac{30^\circ}{360^\circ} \right) (60 \text{ ms}) = 5 \text{ ms}$$

Waktu minimum yang diperlukan titik agar simpangannya  $= \frac{1}{2}$  amplitudo adalah 5 milisekon.

### Contoh 3.14

Sebuah gerak harmonik sederhana memiliki amplitudo  $A = 6$  cm. Berapakah simpangan getarnya ketika kecepatannya  $\frac{1}{2}$  kali kecepatan maksimum?

**Jawab**

Diketahui:  $A = 6$  cm dan  $v = \frac{1}{2} v_m$ .

Kecepatan maksimum adalah  $v_m = \omega A$ . Dengan demikian, akan diperoleh

$$v = \omega \sqrt{A^2 - y^2} \rightarrow \frac{1}{2} v_m = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$$

$$\frac{1}{2} \omega A = \omega \sqrt{A^2 - y^2} \rightarrow \left( \frac{1}{2} A \right)^2 = A^2 - y^2$$

$$y^2 = A^2 - \frac{1}{4} A^2 = \frac{3}{4} A^2 \rightarrow y = \frac{1}{2} \sqrt{3} A$$

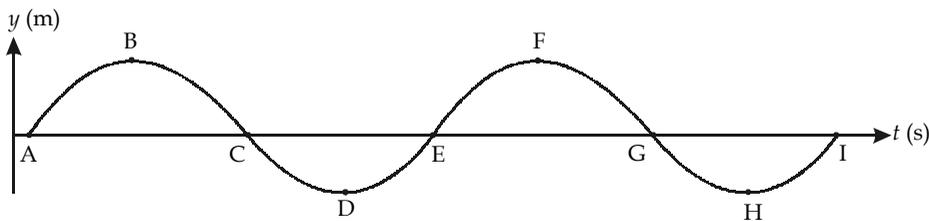
$$= \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) (6 \text{ cm}) = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Simpangan getar pada saat  $v = \frac{1}{2} v_m$  adalah  $3\sqrt{3}$  cm.

## 3. Fase dan Sudut Fase Gerak Harmonik Sederhana

Pada persamaan gerak harmonik sederhana dikenal beberapa istilah, seperti fase dan sudut fase. Secara fisis, fase adalah kedudukan suatu benda dilihat dari arah getar dan simpangannya pada suatu saat tertentu. Secara matematis, pernyataan ini dituliskan

$$\phi = \frac{t}{T} = ft \text{ (tanpa satuan)} \quad (3-27)$$



**Gambar 3.12**

Sebuah gelombang sinus dengan simpul-simpulnya pada titik A, C, E, G, dan I, serta titik-titik puncaknya pada titik B, D, F, dan H.

Perhatikanlah **Gambar 3.12**. Titik A dan titik E serta titik B dan titik F dikatakan memiliki fase yang sama karena simpangannya sama dan arah getarnya sama. Syarat agar dua titik memiliki fase yang sama adalah:

$$\Delta\theta = n \cdot 2\pi ; n = 0, 1, 2, \dots \text{ atau}$$

$$\Delta\phi = n \quad ; n = 0, 1, 2, \dots$$

Titik A dan titik C, titik B dan titik D dikatakan berlawanan fase karena arah getarnya berlawanan. Syarat agar dua titik memiliki fase yang berlawanan adalah

$$\Delta\theta = (2n + 1)\pi ; n = 0, 1, 2, \dots \text{ atau}$$

$$\Delta\phi = (2n + 1) \quad ; n = 0, 1, 2, \dots$$

Apabila fase dan sudut fase getaran gerak harmonik diperhitungkan, akan didapatkan sebuah persamaan umum gerak harmonik sederhana yang dituliskan sebagai berikut.

$$y = A \sin(\omega t + \theta_0) \quad (3-28)$$

dengan  $\theta_0$  = sudut fase awal getaraan (rad).

Oleh karena itu, dari **Persamaan (3-28)** dapat dinyatakan sudut fase

$$\theta = \omega t \text{ rad} = \frac{2\pi}{T} t \text{ rad} \quad (3-29)$$

### Contoh 3.15

Dua buah titik partikel melakukan gerak harmonik sederhana pada satu garis lurus. Kedua titik partikel awalnya bergerak dari titik kesetimbangan pada saat dan arah yang sama. Periode masing-masing titik partikel adalah  $T_1 = \frac{1}{3}$  sekon dan  $T_2 = \frac{1}{4}$  sekon. Tentukan:

- sudut fase  $\theta_1$  dan  $\theta_2$ ,
- fase  $\phi_1$  dan  $\phi_2$ , dan
- beda fase  $\Delta\phi$  kedua titik partikel setelah bergerak selama  $t = \frac{1}{12}$  sekon.

**Jawab**

Diketahui:  $T_1 = \frac{1}{3}$  sekon dan  $T_2 = \frac{1}{4}$  sekon.

- Ambil sudut fase awal  $\theta_0 = 0$  karena kedua partikel pada awalnya berada pada titik kesetimbangan:

$$\theta_1 = \omega_1 t = \frac{2\pi}{T_1} t = 2\pi \left( \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} \right) = 0,5\pi \text{ rad} = 90^\circ$$

$$\theta_2 = \omega_2 t = \frac{2\pi}{T_2} t = 2\pi \left( \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{4}} \right) = \frac{2}{3}\pi \text{ rad} = 120^\circ$$



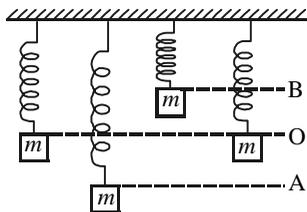
b. Fase getaran dihitung sebagai berikut:

$$\varphi_1 = \frac{t}{T_1} = \frac{12}{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{3}{1}\right) = \frac{1}{4}, \varphi_2 = \frac{t}{T_2} = \frac{12}{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{4}{1}\right) = \frac{1}{3}$$

c. Beda fase kedua titik partikel adalah  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

#### 4. Periode dan Frekuensi Gerak Harmonik Sederhana

Setiap benda yang melakukan gerak harmonik sederhana memiliki besaran periode dan frekuensi. Berikut akan dibahas periode dan frekuensi pada getaran pegas dan ayunan sederhana.



**Gambar 3.13**

Suatu pegas melakukan gerak harmonik di sekitar titik setimbangnya.

##### a. Periode dan Frekuensi pada Getaran Pegas

Perhatikanlah **Gambar 3.13**. Periode ( $T$ ) adalah waktu yang dibutuhkan pegas untuk melakukan satu kali gerak bolak-balik dari  $O - A - O - B - O$ , sedangkan frekuensi ( $f$ ) adalah kebalikan dari periode.

$$f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \quad (3-30)$$

$$T = \frac{1}{f} \text{ (sekon)} \quad (3-31)$$

Periode dan frekuensi getaran pegas diperoleh dari persamaan gaya pemulih dan Hukum Kedua Newton tentang gerak, yaitu

$$F = -ky = ma$$

Oleh karena pada gerak harmonik  $y = A \sin \omega t$  dan  $a = -\omega^2 y$ , persamaan dituiskan menjadi

$$\begin{aligned} -kA \sin \omega t &= m(-\omega^2 y) \\ k &= m\omega^2 = m(2\pi f)^2 \end{aligned}$$

sehingga diperoleh persamaan:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3-32)$$

dan

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (sekon)} \quad (3-33)$$

dengan:  $m$  = massa beban pegas (kg), dan  
 $k$  = konstanta pegas (N/m).

#### Contoh 3.16

Sebuah pegas yang panjangnya 16 cm digantungkan vertikal. Kemudian, ujung bawahnya diberi beban 100 gram sehingga panjangnya bertambah 4 cm. Beban ditarik 3 cm ke bawah, kemudian dilepas hingga beban bergetar harmonik. Jika  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . tentukan:

- tetapan pegas, dan
- periode dan frekuensi getarannya.

**Jawab**

Diketahui:  $\ell = 16 \text{ cm}$ ,  $m = 100 \text{ g}$ , dan  $y = 4 \text{ cm}$ .

$$a. \quad mg = ky \rightarrow k = \frac{mg}{y} = \frac{(0,1\text{kg})(10\text{m/s}^2)}{0,04\text{m}} = 25 \text{ N/m}$$

b. Periode getaran:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1\text{kg}}{25\text{N/m}}} = 0,4 \text{ s}$   
 frekuensi getaran:  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ Hz}$

### b. Periode dan Frekuensi pada Ayunan Sederhana

Periode ayunan adalah waktu yang dibutuhkan ayunan itu untuk melakukan satu kali gerak bolak-balik dari titik  $P - O - Q - O - P$ , seperti terlihat pada **Gambar 3.14**. Sama halnya dengan getaran pada pegas, periode dan frekuensi pada ayunan sederhana diperoleh dari persamaan gaya pemulih dan Hukum Kedua Newton, yaitu

$$-mg \sin \theta = ma$$

$$-mg \left( \frac{y}{\ell} \right) = m(-\omega^2 y)$$

$$\frac{g}{\ell} = (2\pi f)^2$$

sehingga diperoleh persamaan periode dan frekuensi pada ayunan sederhana sebagai berikut.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \text{ (Hz)} \quad (3-34)$$

dan

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ (sekon)} \quad (3-35)$$

dengan:  $\ell$  = panjang tali (m), dan  
 $g$  = percepatan gravitasi ( $\text{m/s}^2$ ).

### Contoh 3.17

Sebuah ayunan sederhana melakukan gerak harmonik sederhana dengan panjang tali 40 cm. Jika  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , tentukanlah periode dan frekuensi ayunan tersebut.

**Jawab**

Diketahui:  $\ell = 40 \text{ cm}$  dan  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,4\text{m}}{10\text{m/s}^2}} = 2\pi \sqrt{0,04 \text{ s}^2} = 0,4 \pi \text{ s} = 1,256 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,256 \text{ s}} = 0,8 \text{ Hz}$$

### Contoh 3.18

Beban 100 gram digantungkan pada sebuah ayunan sederhana, kemudian disimpangkan sehingga bergerak bolak-balik dengan frekuensi 5 Hz. Jika panjang tali ayunan tersebut dikurangi sebesar  $\frac{3}{4}$ -nya, tentukanlah frekuensinya.

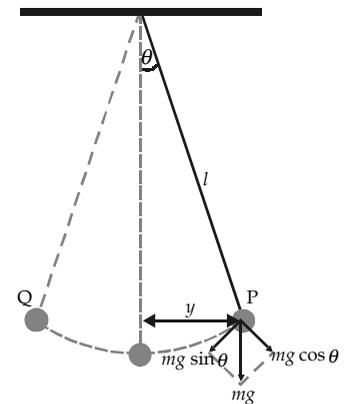
**Jawab**

Diketahui:  $m = 100 \text{ g}$ ,  $f = 5 \text{ Hz}$ , dan  $\ell_2 = \frac{3}{4} \ell_1$ .

Hubungan frekuensi dan panjang tali dirumuskan

### Kata Kunci

- Gaya pemulih
- Gerak harmonik
- Fase
- Sudut fase
- Periode
- Frekuensi



**Gambar 3.14**

Ayunan bandul sederhana yang bergetar harmonik di sekitar titik kesetimbangannya.



$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \rightarrow f \approx \frac{1}{\sqrt{\ell}}$$

sehingga diperoleh persamaan

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$$

$$\frac{f_2}{5} = \sqrt{\frac{\ell}{\frac{1}{4}\ell}} \rightarrow f_2 = 10 \text{ Hz}$$

### Contoh 3.19

Sebuah ayunan sederhana membuat 30 ayunan dalam 1 menit. Jika  $g = 10 \text{ m/s}^2$  dan  $\pi^2 = 10$ , berapakah panjang tali ayunan tersebut?

**Jawab**

Diketahui: banyak ayunan = 30,  $t = 1$  menit,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , dan  $\pi^2 = 10$ .  
Frekuensi ayunan adalah banyaknya ayunan setiap sekon sehingga

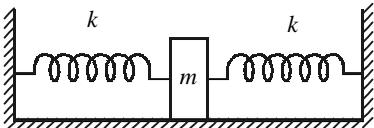
$$f = \frac{30 \text{ ayunan}}{60 \text{ detik}} = \frac{1}{2} \text{ Hz}$$

Frekuensi ayunan untuk menentukan panjang tali  $\ell$  adalah  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

$$\text{sehingga } \ell = \frac{g}{4\pi^2 f^2} = \frac{10 \text{ m/s}^2}{(4)(10) \left(\frac{1}{2} \text{ Hz}\right)^2} = 1 \text{ meter}$$

## Soal Penguasaan Materi 3.2

Kerjakanlah di dalam buku latihan Anda.

- Sebuah pegas digantungkan pada langit-langit lift. Pada ujung bebasnya digantungkan beban dengan massa 100 gram. Pada saat lift diam, pegas bertambah panjang sebesar 10 cm. Diketahui  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Berapakah pertambahan panjang pegas itu apabila:
  - lift bergerak ke bawah dengan percepatan sebesar  $2 \text{ m/s}^2$ , dan
  - lift bergerak ke atas dengan percepatan sebesar  $2 \text{ m/s}^2$ ?
- 

Dari gambar tersebut, jika  $k = 200 \text{ N/m}$ , tentukanlah gaya yang dibutuhkan untuk mendorong  $m$  ke kanan sejauh 5 cm.
- Pegas yang tergantung tanpa beban panjangnya 20 cm. Kemudian, ujung bawah pegas digantungi beban 100 gram sehingga panjang pegas menjadi 24 cm. Jika beban ditarik ke bawah sejauh 5 cm dan percepatan gravitasi Bumi  $10 \text{ m/s}^2$ , tentukan gaya pemulih pada pegas itu.
- Ayunan sederhana dengan panjang tali 25 cm digantungi beban  $m$  gram. Jika benda disimpangkan sejauh 4 cm maka besar gaya pemulihnya sebesar 0,08 N. Berapakah  $m$ ?
- Sebuah benda bermassa 5 gram digetarkan menurut persamaan  $y = 0,06 \sin 200t$  (semua satuan dalam SI). Tentukanlah kecepatan dan percepatan benda pada saat  $t = 0,15$  sekon.
- Satu titik materi melakukan gerak harmonik dengan amplitudo 7,5 cm. Berapakah simpangannya saat sudut fasenya  $37^\circ$ ?
- Periode suatu bandul adalah 0,5 sekon. Tentukanlah periode bandul tersebut jika panjang bandul ditambah 44% dari panjang semula.

## Pembahasan Soal *SPMB*

Pada getaran harmonik, jika massa beban yang digantung pada ujung bawah pegas 1 kg, periode getarannya 2 sekon. Jika massa beban ditambah menjadi 4 kg, periode getaran menjadi ....

- $\frac{1}{4}$  sekon
- $\frac{1}{2}$  sekon
- 1 sekon
- 4 sekon
- 8 sekon

### Penyelesaian

Getaran harmonik pada pegas

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T \approx \sqrt{m}$$

Dengan demikian

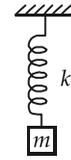
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} T_1$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{4\text{ kg}}{1\text{ kg}}} (2\text{ detik})$$

$$T_2 = 4\text{ sekon}$$

Jawab: d



(UMPTN, 1989)

## Rangkuman

- Benda elastis** adalah benda yang mampu kembali ke bentuknya semula setelah gaya yang bekerja padanya dihilangkan.
- Tegangan (stress)** didefinisikan sebagai hasil bagi antara gaya yang bekerja tegak lurus terhadap luas penampang benda, yaitu

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

- Regangan (strain)** adalah perbandingan antara pertambahan panjang benda dengan panjang mula-mula. Dirumuskan:

$$e = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

- Modulus Young/elastisitas** menurut Hooke adalah perbandingan antara tegangan dan regangan suatu benda, yaitu

$$E = \frac{\sigma}{e} = \frac{F\ell}{A\Delta\ell}$$

- Hubungan antara konstanta pegas dan modulus Young dituliskan:

$$k = \frac{EA}{\ell}$$

- Gaya pemulih pada pegas** memenuhi Hukum Hooke, yaitu

$$F = -k\Delta x$$

- Konstanta total pegas yang disusun paralel

$$k_{\text{total}} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

- Konstanta total pegas yang disusun seri

$$\frac{1}{k_{\text{total}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

- Gerak harmonik sederhana** adalah gerak bolak-balik benda di sekitar titik kesetimbangannya. Persamaan umumnya adalah

$$y = A \sin(\omega t + \theta_0) = A \sin(2\pi f t + \theta_0)$$

- Sudut fase ( $\theta$ )** adalah

$$\theta = \omega t \text{ (rad)}$$

- Fase ( $\varphi$ )** adalah

$$\varphi = \frac{t}{T}$$

- Periode dan frekuensi** pada getaran pegas:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

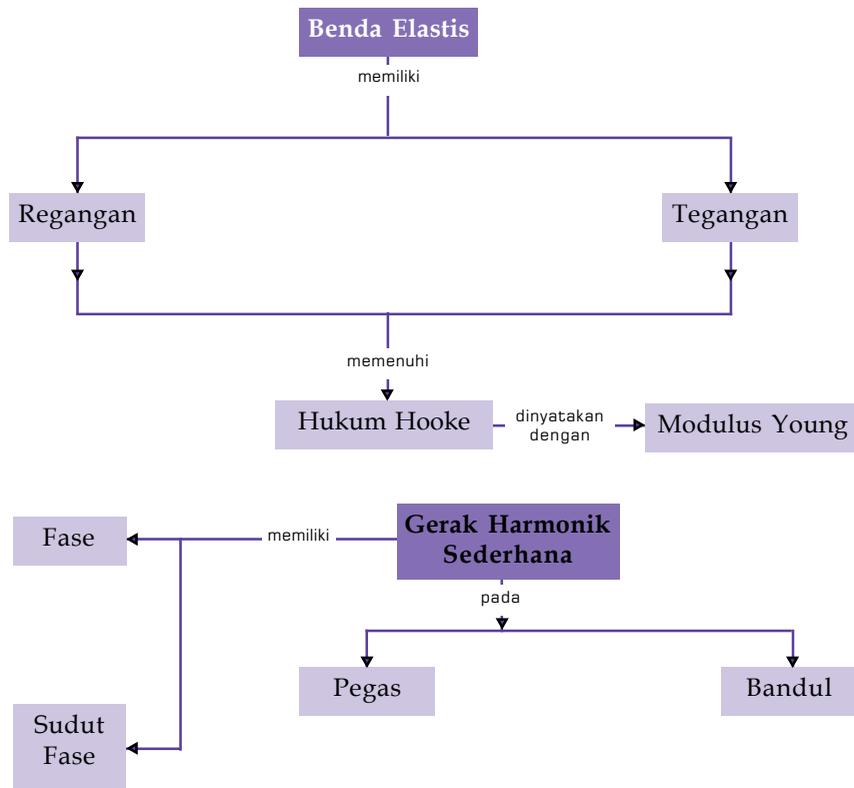
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Periode dan frekuensi** pada getaran ayunan sederhana:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

# Peta Konsep



## Kaji Diri

Setelah mempelajari bab Elastisitas dan Gerak Harmonik, Anda dapat menganalisis pengaruh gaya pada sifat elastisitas bahan dan hubungan antara gaya dengan gerak getaran. Jika Anda belum mampu menganalisis pengaruh gaya pada sifat elastisitas bahan dan hubungan antara gaya dengan gerak getaran, Anda belum menguasai materi bab Elastisitas dan

Gerak Harmonik dengan baik. Rumuskan materi yang belum Anda pahami, lalu cobalah Anda tuliskan kata-kata kunci tanpa melihat kata kunci yang telah ada dan tuliskan pula rangkuman serta peta konsep berdasarkan versi Anda. Jika perlu, diskusikan dengan teman-teman atau guru Fisika Anda.